Formação de Professores de Matemática e Contemporaneidade

José C. G. Gaspar
Cláudio B. de J. da Costa
André L. S. Silva
Marcelo S. Bastos
Heitor A. D. da Rosa

Organizadores

Pantanal Editora

2022

José Carlos Gonçalves Gaspar
Cláudio Bispo de Jesus da Costa
André Luiz Souza Silva
Marcelo Silva Bastos
Heitor Achilles Dutra da Rosa
Organizadores

Formação de Professores de Matemática e Contemporaneidade

Pantanal Editora

2022

Diagramação: A editora. **Diagramação e Arte:** A editora. **Imagens de capa e contracapa:** Canva.com. **Revisão:** O(s) autor(es), organizador(es) e a editora.

Ficha Catalográfica

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

F723 Formação de professores de matemática e contemporaneidade [livro eletrônico] / José Carlos Gonçalves Gaspar... [et al.]. – Nova Xavantina, MT: Pantanal, 2022. 82p.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-81460-27-3
DOI https://doi.org/10.46420/9786581460273

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3.Professores de matemática – Formação. I. Gaspar, José Carlos Gonçalves. II. Costa, Cláudio Bispo de Jesus da. III. Silva, André Luiz Souza. IV. Bastos, Marcelo Silva. V. Rosa, Heitor Achilles Dutra da.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Pantanal Editora

Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000.
Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil.
Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp).
https://www.editorapantanal.com.br
contato@editorapantanal.com.br

Prefácio

Muito temos falado sobre os tempos sem precedentes em que vivemos, e sobre como temos sido surpreendidos por realidades inesperadas. No Brasil, assim como em outras nações, testemunhamos ascensões a postos de poder de indivíduos e grupos abertamente alinhados com posicionamentos políticos e ideológicos que supúnhamos há muito superados e que não são apenas antidemocráticas, mas também se opõem fragrantemente a quaisquer sentidos de ética e civilidade minimamente aceitáveis. Em nosso país, esses grupos vêm promovendo ofensivas sistemáticas visando ao desmonte de conquistas e políticas públicas consolidadas com base na participação ampla e na construção de consensos por diversos setores da sociedade, em campos vitais como enfrentamento de desigualdades, direitos humanos, meio ambiente, saúde pública, trabalho, ciência e educação. Vemos assim, em nossos territórios, o aprofundamento de violências físicas e simbólicas, especialmente contra grupos socialmente vulnerabilizados. O quadro social e político trágico que já vinha se configurando foi ainda mais afetado pelo advento da pandemia de covid-19, que, por um lado teve seus efeitos drasticamente agravados pelo negacionismo como (necro)política de governo e, por outro lado, agravou desigualdades e também evidenciou carências sociais antes subestimadas ou invisibilizadas. Em tal conjuntura, a educação como pilar fundamental da democracia – uma educação pública, gratuita, para todas e todos, laica, cientificamente referenciada e socialmente comprometida – encontra-se em disputa.

Nesses tempos sem precedentes, somos atropelados por mudanças que vêm alterando súbita e radicalmente nossas vidas, as formas como nos relacionamos com as pessoas, como fazemos as mais diversas coisas no dia a dia, e como trabalhamos. Tais mudanças têm sido particularmente profundas e desafiadoras para professoras e professores da educação básica e da educação superior, pois não atingem apenas nossas rotinas docentes em um nível meramente organizacional, impondo reconstruções de nossas práticas – mas também desestabilizam as próprias formas como nos entendemos como profissionais, os próprios sentidos, objetivos e compromissos sociais do que entendemos como educação. Essas desestabilizações vêm se dando tão repentinamente que por vezes é difícil até mesmo nos darmos conta do que está acontecendo e nos situarmos nos novos contextos educacionais e nos novos fazeres profissionais.

Talvez pela intensidade ou pela gravidade do atual momento histórico, frequentemente embarcamos em rememorações nostálgicas das formas como vivíamos e trabalhávamos antes – em um passado idealizado que agora chamamos de "normal" –, ansiamos por uma "volta ao normal" ou pelo estabelecimento um "novo normal". Entretanto, parece estar se tornando cada vez mais evidente que isso não vai acontecer – as mudanças que nos atropelam agora deixarão marcas muito permanentes do que inicialmente podíamos imaginar. Para além dessa constatação, o enfrentamento do atual momento histórico requer que olhemos criticamente para nosso passado, desconstruindo suas visões idealizadas. Devemos, assim, nos questionar como podemos ansiar por uma "volta ao normal" se foi justamente aquele "normal" – ou o velho hábito de "normalizar" o que deveria ser intolerável – que nos levou a onde nos encontramos hoje. Para enfrentarmos o atual momento, precisamos abandonar posições de surpresa e de nostalgia, entendendo que a tragédia desse quadro social e político não é tão inesperada se reconhecemos que nossa história é atravessada por violências estruturais constantemente atualizadas com novos genocidas, e que as próprias posições de surpresa podem ser manifestações da invisibilização e da "normalização" dessas violências. Para escolher que caminhos construiremos para o futuro, que projetos de sociedade reivindicamos, será preciso olharmos para nosso passado, ao mesmo reafirmando conquistas consolidadas e problematizando práticas normalizadas.

É nesse contexto que se situa a importância do presente volume – Formação de Professores de Matemática e Contemporaneidade, reunindo contribuições de autoras e autores com trajetórias reconhecidas no campo da Educação Matemática, que foram produzidas a partir de suas participações no IV Colóquio de Educação Matemática da Baixada Fluminense (IV CEDUMAT), promovido pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), Campus Nilópolis, de 03 a 04 de maio de 2021. Em primeiro lugar, a concretização de eventos científicos voltados para a Educação e a Educação Matemática em territórios atravessados por carências sociais, que ainda se desdobram na publicação de textos de qualidade, é uma reafirmação do projeto dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia como política pública de democratização e capilarização e geográfica da educação e da formação de professores socialmente referenciadas. Além disso, as contribuições aqui trazidas pelas autoras e pelos autores dos textos que compõem este volume nos ajudam a repensar práticas normalizadas e, em particular, a refletir sobre que ressignificações da matemática como componente curricular são necessárias para os projetos de sociedade que reivindicamos.

Esperamos que a leitura do presente volume colabore com o entendimento de que a valorização de uma matemática desvinculada das áreas ditas humanas, reduzida a uma dimensão meramente utilitária e tecnicista, apresentada como culturalmente desterritorializada e idelogicamente neutra é, em si, uma ideologia – e que essa ideologia está a serviço da manutenção de desigualdades e de violências estruturais.

Victor Giraldo
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Educação
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Apresentação

O Colóquio de Educação Matemática da Baixada Fluminense (CEDUMAT) é um evento de divulgação científica que surgiu em função de uma parceria do Laboratório de Ensino de Matemática (LabEM) do IFRJ/Nilópolis, o Laboratório Sustentável de Matemática (LSM) do Colégio Estadual Hebe Camargo – SEEDUC/RJ e o Laboratório de Aplicações Computacionais (LAC) do IFRJ/Nilópolis.

Os laboratórios citados procuraram desenvolver esta atividade como forma de contemplar uma concepção de ensino mais ampla, possibilitando um intercâmbio entre professores, pesquisadores e licenciandos ligados a instituições educacionais federais, estaduais e municipais. Com isso, criou-se um ambiente de troca de saberes, o que possibilitou levar a Educação Matemática a comunidades postas em condição de periferia da Região Metropolitana do Estado do Rio de Janeiro. Assim, entendemos que é necessário compreender a Matemática como uma disciplina de investigação para além da visão de uma disciplina de conteúdo pronto e acabado.

Diante disso, buscando contribuir para a formação continuada de professores de Matemática, por meio de debates e discussões acerca do ensino de Matemática, em outubro de 2016 foi realizado o I CEDUMAT, sediado no IFRJ-Campus Nilópolis, cuja temática abordada foi "*Formação Docente em Rede: Caminhos e Possibilidades*". Em continuidade a essa ação, foi realizado em 2017 o II CEDUMAT, abordando o tema "*Contribuições da Educação Matemática no Contexto da Educação Inclusiva*". E, em 2019, o III CEDUMAT teve como tema *"Avaliação da aprendizagem e suas múltiplas dimensões*". No ano de 2021, o IV CEDUMAT foi realizado de forma *on-line* devido à pandemia provocada pela covid-19. Nesta edição, o evento teve como proposta discutir a seguinte temática: "*Formação inicial do professor de Matemática: perspectivas e desafios*". Também passou a contar com o apoio do Laboratório de Novas Tecnologias para o Ensino de Matemática e Aplicações Computacionais (LANTEMAC).

Em todos os eventos buscamos atingir como público–alvo pesquisadores em Educação Matemática, professores de escolas públicas de Educação Básica do entorno do campus e regiões periféricas, alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFRJ e de outras IES.

Portanto, este e-book visa estimular a formação continuada de professores de Matemática por meio dos textos que trazem um pouco das reflexões oriundas das pesquisas realizadas pelos pesquisadores convidados para o IV CEDUMAT.

No presente e-book iniciamos com o capítulo 1, intitulado **Desafios atuais da formação de professores: olhares para o futuro**, de autoria das professoras Lilian Nasser e Paula Monteiro Baptista. Nesse capítulo, as autoras abordam inicialmente as consequências do longo período de afastamento devido ao efeito da pandemia da covid-19, que foram devastadoras, em relação à saúde, à economia e à educação. O Ensino Remoto Emergencial (ERE) foi imposto na maioria das escolas, que adotaram as aulas *on-line* para os alunos que tinham acesso à internet, ou simplesmente disponibilizaram apostilas com tarefas a serem respondidas para os que não tinham, os ditos "excluídos digitais". Diante dessa realidade, são levantados no texto alguns pontos sobre a formação de professores que ensinam Matemática.

Anteriormente e durante o ERE, são observados os desafios impostos aos professores em exercício, tanto nos anos iniciais quanto nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, e são discutidas possibilidades para o futuro.

O Capítulo 2, intitulado **Os desafios da formação matemática acadêmica de professores de Matemática em tempos atuais**, é de autoria do professor Wanderley Moura Rezende. É apresentado no texto que, nas últimas décadas, a formação inicial dos professores de Matemática do Ensino Básico tem recebido influências tanto das políticas públicas educacionais e resoluções normativas oficiais como de pesquisas na área de Educação Matemática. Contudo, algumas dificuldades relativas à formação matemática desse professor persistem até hoje. E é exatamente esse elemento na formação desse profissional o principal foco do capítulo. Assim, considerando um breve histórico das recentes reformas curriculares dos cursos de Licenciatura – incluindo a BNC-formação, e algumas contribuições teóricas das áreas de Educação e Educação Matemática –, o autor faz uma reflexão sobre alguns pontos que são essenciais para orientar futuras discussões da academia, sobretudo com respeito à formação matemática acadêmica de professores de Matemática da Educação Básica.

O Capítulo 3, intitulado **O exercício do Raciocínio Combinatório nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e o Letramento Combinatório**, de autoria do professor Paulo Jorge Magalhães Teixeira, apresenta considerações acerca dos conhecimentos necessários para que um sujeito seja considerado letrado em análise combinatória. Segundo o autor, o "letramento combinatório*"* consiste em saber interpretar, avaliar e decidir acerca das informações que são postas no enunciado de um problema de matemática que exige a mobilização de conceitos da análise combinatória, de modo que, com considerável grau de criticidade, e em conjunto com o exercício do raciocínio combinatório, possa lançar mão de seus conhecimentos para resolvê-lo.

O Capítulo 4, intitulado **Formação de professores que ensinam Probabilidade & Estatística na Educação Básica e os desafios da BNCC**, de autoria do professor Cassio Cristiano Giordano, apresenta uma discussão sobre a importância da presença da Educação Estatística nos Cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática. Ao longo do texto, o autor traz reflexões sobre Educação Estatística com base no que é proposto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na BNC-Formação, de modo a indicar os conhecimentos e saberes sobre Probabilidade e Estatística que são necessários ao professor da Educação Básica que ensina matemática.

O presente e-book, somente foi possível devido ao fomento concedido pelo IFRJ-Campus Nilópolis, por meio do edital interno n° 13/2019.

Boa leitura!

José Carlos Gonçalves Gaspar
Professor do IFRJ - Campus Nilópolis
Marcelo Silva Bastos
Professor do IFRJ - Campus Nilópolis

Sumário

Capítulo I

Desafios atuais da formação de professores: olhares para o futuro

10.46420/9786581460273cap1

Lilian Nasser[1]
Paula Monteiro Baptista[2]

INTRODUÇÃO

O mundo todo foi impactado pela pandemia do Coronavírus, obrigando a paralisação das atividades presenciais, seja de trabalho, estudo ou de entretenimento. As consequências desse longo período de afastamento foram devastadoras, em relação à saúde e à economia, causando muitas mortes, fechamento de empresas e perdas de emprego. Além disso, também foi devastador o efeito da pandemia da COVID-19 no setor de educação. Assim como a indústria e o comércio, as escolas fecharam, deixando muitos alunos, principalmente da Educação Básica, afastados da escola e da convivência com seus colegas e professores.

A maioria das escolas adotou o chamado Ensino Remoto Emergencial (ERE) que, no início se configurou como aulas on-line para os alunos que tinham acesso à internet, ou simplesmente como apostilas com tarefas a serem respondidas para os que não tinham, os ditos excluídos digitais. No caso do Brasil, devido às dificuldades sociais e econômicas e, sobretudo, ao precário acesso aos meios digitais, a grande maioria dos alunos, principalmente das redes públicas de ensino, foi prejudicada.

Vários estudos e reportagens têm advertido para os prejuízos desse período fora da escola, que acaba empurrando muitos alunos para a evasão, abandonando os estudos e impedindo a profissionalização, prejudicando a preparação numa carreira para o futuro.

Com o passar do tempo, com a continuidade da necessidade de afastamento, mas ao mesmo tempo com a pressão para o retorno às aulas, foi adotado, predominantemente na rede privada, o modelo de ensino híbrido, em que parte dos alunos assistia às aulas presencialmente, enquanto outros assistiam de modo remoto, em suas casas.

Mas como conciliar esses dois tipos de acesso, se muitas escolas não possuíam recursos para gravação de aulas e vídeos, ou mesmo de transmiti-las on line? Os professores estavam em condições de adotar esses modelos de ensino, totalmente diferentes do que estavam acostumados? Considerando que

[1] Projeto Fundão; PEMAT e GPAM/UFRJ – lnasser.mat@gmail.com
[2] GPAM/UFRJ; doutoranda do PEMAT/UFRJ - paulamonteirob@gmail.com

a maioria dos docentes não teve a formação acadêmica necessária para o ERE, será que estes profissionais tiveram o tempo necessário e condições adequadas para se capacitar e se reinventar para atender às condições impostas?

Alguns estudos sobre as mudanças nos modelos de ensino, aprendizagem e avaliação nesse período de pandemia já geraram artigos publicados recentemente. Lima et al. (2020), por exemplo, afirmam que

> diante do contexto atual, com aulas no ERE, surge a necessidade de alterar os processos de ensino, assim como construir, em um curto espaço de tempo, uma avaliação que fosse mais atual, que respondesse ao momento que as escolas estão passando (Lima, 2020).

Por sua vez, Marques et al. (2020) ponderam que

> se por um lado, a chegada do coronavírus acelerou um processo de apropriação de tecnologias no e para o ensino, por outro, a velocidade com que essa apropriação se deu pode estar causando uma série de problemas: a jornada de trabalho do professor aumentada, uma vez que, além de as adaptações a uma nova realidade podem levar algum tempo até se tornarem adequadas. A dependência de recursos com os quais não se trabalhava anteriormente e que agora são fundamentais para o funcionamento do processo, como conexão com a internet, computadores e celulares. A falta de acesso a estes recursos por parte de alguns alunos, que demanda alternativas como preparação e entrega de materiais físicos. Além de uma possível incerteza sobre o empenho dos alunos com o processo de aprendizagem (Marques et al., 2020).

Neste capítulo pretendemos levantar alguns pontos sobre a formação de professores que ensinam matemática, como vinha sendo oferecida até este momento, observar os desafios impostos aos professores em exercício, tanto nos anos iniciais, quanto nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, e discutir possibilidades para o futuro.

A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

A formação de professores que ensinam matemática tem percursos distintos, dependendo do nível de ensino em que o professor vai atuar. Professores que passam pelo curso de Licenciatura em Matemática estão aptos a lecionar em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Alguns cursam também o Bacharelado em Matemática, cujo direcionamento principal é o ingresso em cursos de pós-graduação stricto-sensu, como mestrado e doutorado. No entanto, com a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática em 1988 e o investimento na formação de doutores brasileiros em universidades internacionais, cada vez mais a Educação Matemática vem se consolidando como uma linha de pesquisa, com o estabelecimento de cursos de mestrado e doutorado nessa área. Paralelamente, foram instituídas várias oportunidades de cursos de especialização em Educação Matemática, ajudando os professores a complementar sua formação, tanto no conteúdo específico da disciplina, como em estratégias de abordagem e didática específicas para cada conteúdo a ser ensinado.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NOS CURSOS DE LICENCIATURA

Tradicionalmente, e até hoje em alguns casos, os cursos de Licenciatura seguiam o modelo "3 + 1", com 3 anos de disciplinas de conteúdo específico, de Matemática, seguidos de um ano dedicado à formação de professores, com disciplinas pedagógicas, prática de ensino e estágio. Esse modelo não proporcionava aos professores ligar o conteúdo matemático estudado na universidade com os conceitos que deveria ensinar, nem tampouco deixava vislumbrar especificidades do ensino, ou seja, não mostrava como aquele conceito deveria ser ensinado.

A partir da década de 1980, o curso de Licenciatura em Matemática sofreu modificações, em que

> rompeu-se a organização próxima do modelo 3+1, que correspondia à separação temporal das disciplinas de conhecimento matemático e de conhecimento pedagógico em momentos distintos do curso. Nessa versão curricular, as disciplinas associadas ao conhecimento pedagógico passaram a Figurar a partir do segundo ano da formação. Tais mudanças parecem indicar uma preocupação em dar ao curso de Licenciatura uma identidade própria, incorporando na formação as reflexões provenientes da matemática ensinada na educação básica (Costa Neto et al., 2019).

No entanto, a separação anterior em dois blocos parece ter se reconFigurado em uma separação em três blocos: *conteúdo matemático*, *conteúdo pedagógico* e *ensino e história da matemática* (Costa Neto et al., 2019). Em concordância com essa ideia, Fiorentini et al. (2013) apontam para o que chamam de *quase tricotomia*, entre formação matemática, formação didático-pedagógica e prática profissional. Nas modificações na estrutura dos cursos de Licenciatura também merecem destaque alguns pontos importantes referentes ao aumento da carga horária total e do número de horas do estágio supervisionado, à inserção da prática como componente curricular e à obrigatoriedade de desenvolver uma monografia de final de curso.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

Por outro lado, a formação de professores dos anos iniciais requer estudos de pedagogia, que devem preferencialmente ser obtidos nas universidades, em curso de Graduação em Pedagogia. Uma herança de tempos passados ainda persiste, que é a formação de professores para os anos iniciais a nível de Ensino Médio, por meio do Curso Normal, ou de seu correspondente com carga horária maior, o Curso Normal Superior. Em todas essas modalidades, a formação é geral, no sentido de que forma professores para lecionar todos os conteúdos dos anos iniciais: Matemática, Língua Portuguesa, Estudos Sociais (História e Geografia) e noções básicas de Ciências.

Em geral, o curso normal e mesmo o curso de Pedagogia não dão conta de formar adequadamente um professor nos conteúdos e suas abordagens de todo esse leque de disciplinas. Como consequência, há uma procura cada vez maior por cursos de complementação pedagógica para os professores dos anos iniciais.

As dificuldades dos professores dos anos iniciais são mais críticas em aspectos da Matemática. Isso se deve ao fato de muitos desses professores terem completado seus cursos de formação sem gostar ou sem compreender os conceitos básicos da Matemática.

O primeiro contato da criança com a Matemática é fundamental para sua empatia ou não pela disciplina ao longo de toda a sua escolaridade. Por isso, são tão importantes as atividades desenvolvidas no ciclo de alfabetização (Vieira et al., 2015a). Diante de diversas alternativas nos anos iniciais para um ensino de Matemática provido de significado, a resolução de problemas interessantes e desafiadores, a exploração de jogos e de materiais concretos e o uso de tecnologias digitais devem mostrar aos alunos que a Matemática está presente no seu cotidiano. Dessa forma, seu estudo pode ser agradável, desde que haja a participação ativa na construção do conhecimento matemático. Portanto, cabe ao professor abordá-la de modo que o aluno esteja motivado e envolvido na resolução de situações problema realistas, isto é, contextualizadas, de acordo com a idade, ambiente e interesse do aluno. Daí a importância da formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais. É imprescindível que os professores tenham uma formação sólida sobre os princípios básicos de numeração e das operações.

Para motivar os alunos, o ensino de Matemática deve ser baseado em dois pilares: a Resolução de Problemas e o uso de Jogos em sala de aula. É claro que o jogo não pode ser visto apenas no seu aspecto lúdico: é preciso explorar a Matemática embutida no jogo. Além da compreensão das regras e da exploração dos conteúdos usuais, os alunos devem ser induzidos a criar estratégias visando ganhar o jogo. Com isso, os alunos desenvolvem o raciocínio lógico e a habilidade de argumentação, tão importante para o domínio do pensamento dedutivo no futuro. Os professores devem ser incentivados também a valorizar registros próprios dos alunos, tanto na resolução de problemas, como em algoritmos e resultados dos jogos, fazendo uma ligação com a linguagem.

Também é importante observar que o trabalho com as operações deve ser iniciado por meio de situações-problema, em um contexto vivido pelas crianças, uma vez que os usos das operações só têm significado quando imersos em diferentes circunstâncias e práticas sociais. De acordo com Nunes et al. (2002), o trabalho com as operações vinha tendo como foco as técnicas operatórias e a simples memorização de resultados.

> O conceito de operação e suas propriedades não eram enfatizados. [...] a ideia de adição é ensinada de modo independente da ideia de subtração [...]. Num ensino voltado para a compreensão dos conceitos, seria importante que os alunos compreendessem a relação inversa que existe entre a adição e a subtração (Nunes et al., 2002).

Assim, aprender as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão vai mais além do que simplesmente aprender os procedimentos de cálculos. É importante que os alunos sejam instigados a compreender o que fazem e construam os conceitos subjacentes às operações.

Embora a interdisciplinaridade seja um tema em constante discussão nas escolas, a forma como o conhecimento vem sendo construído fragmenta o ensino e impede que os alunos tenham uma visão global do mundo (Vieira et al., 2015b). Segundo Santos (2007), os diversos campos do conhecimento têm favorecido muito mais o processo de fragmentação do saber do que o seu desvelamento. É nesse contexto que está inserido o nosso sistema escolar, com um currículo compartimentado em disciplinas, com programas e conteúdos que não se integram (Petraglia, 1995).

COMO FUNCIONOU A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM 2020 E 2021?

O momento atual requer uma nova forma de pensar. De acordo com Moraes (2002), não é mais possível manter o "[...] modelo cartesiano-newtoniano fechado, fragmentado, autoritário, desconectado do contexto, que concebe o sistema educacional e o ser humano como máquinas que reagem a estímulos externos".

A mudança na educação, de acordo com Nóvoa (1997) "[...] depende dos professores e da sua formação. Depende também da transformação das práticas pedagógicas na sala de aula." Em concordância com Nóvoa a respeito das transformações na educação, Morin (2002) afirma que "a reforma deve se originar dos próprios educadores e não do exterior." Desse modo, a partir da concepção desses autores, entendemos que os professores devem ser os autores na implantação das reformas e transformações nas práticas pedagógicas.

No entanto, o fechamento das escolas por conta da pandemia obrigou os professores a inovar na adoção de estratégias próprias, tendo que adotar práticas para as quais não estavam preparados.

Nas universidades, os cursos de licenciatura passaram pelas mesmas dificuldades. Depois de alguns meses sem aulas, as universidades foram retomando suas atividades, adaptando-se ao ensino remoto. No caso dos cursos de Licenciatura, as aulas teóricas foram veiculadas por meio de plataformas como o Google Classroom, por exemplo, com o docente interagindo com os licenciandos por meio de aulas síncronas ou de vídeos pré-gravados.

Em algumas universidades, as aulas de Prática de Ensino funcionaram de modo remoto, com o docente da Faculdade de Educação, seguindo o modelo usual. As aulas práticas que antes eram apresentadas a alunos reais, neste novo modelo passaram a ser apresentadas aos colegas da turma, o que não é ideal, já que não conta com a espontaneidade e dúvidas dos alunos. Já o estágio, quando ocorreu, funcionou por meio da participação dos licenciandos em reuniões de professores e em aulas remotas do professor com a turma na escola. Como poucas escolas tinham aulas presenciais e, mesmo nesse caso, com poucos alunos, essa experiência deixou muito a desejar. Em alguns casos, os licenciandos participaram na elaboração de vídeos e no auxílio ao professor da turma na elaboração e correção de tarefas.

A dificuldade maior recaiu sobre as atividades de apoio à formação docente, como os estágios e a participação em projetos de extensão, como PIBID, Residência Pedagógica e Projeto Fundão. Pelas declarações de docentes responsáveis por essas ações em algumas universidades, a participação não foi totalmente interrompida, mas certamente deixou a desejar, sem a possibilidade de contato presencial nas escolas, tanto com os alunos, como com os professores. No caso do Projeto Fundão, as reuniões dos grupos foram realizadas on-line, juntando docentes do IM/UFRJ com os professores multiplicadores e licenciandos. Mas mesmo nesse caso, os debates ficaram prejudicados pelo afastamento das escolas.

No caso do Projeto de Residência Pedagógica, algumas escolas organizaram com os Licenciandos planos e aulas para o ensino remoto. Estes deveriam acompanhar de modo virtual as aulas dos professores nos horários pré-determinados.

Já no PIBID, o maior drama foi a insegurança em relação à ameaça de corte de bolsas, mas, felizmente, até o momento estas continuam a ser pagas. Na maioria dos casos, a participação dos licenciandos bolsistas tem sido por meio de reuniões virtuais com a turma e o professor da escola. Embora essas participações em projetos não tenham sido totalmente interrompidas, com certeza sua contribuição na formação dos licenciandos ficou muito prejudicada durante o período da pandemia.

DÚVIDAS SOBRE A EDUCAÇÃO FRENTE À PANDEMIA

Ainda no início da pandemia pela COVID-19, uma reportagem do jornal O GLOBO, em 11/04/2020, abordou o tema: "Educação pós-pandemia- escolas podem sair fortalecidas da quarentena". Segundo essa reportagem, com mais de 130 mil escolas fechadas, cerca de 47 milhões de estudantes ficaram sem aulas e, naquele momento, já se vislumbrava um cenário incerto, sem ideia de por quanto tempo as escolas permaneceriam fechadas. Com certeza, àquela altura, não se imaginava que esse período de exceção se estenderia por um longo tempo, de aproximadamente dois anos. Essa reportagem se constituiu das respostas dadas por quatro especialistas em Educação a seis questões:

- Como garantir o aprendizado do ano letivo, e não só cumprir carga horária?
- Qual é a importância do espaço escolar e do convívio para o aprendizado?
- Qual o impacto da quarentena no pensamento sobre ensino à distância no Brasil?
- O papel do professor será revisto? Como ficará a formação do professor?
- O tempo da quarentena pode transformar o papel dos pais na educação dos filhos?
- Quais mudanças mais profundas podem surgir na educação depois da pandemia?

As informações disponíveis naquele momento eram a edição de uma medida provisória dispensando as escolas de cumprir os 200 dias letivos, mas mantendo a carga horária de 800 horas. Para os especialistas, condensar o aprendizado em menos dias não iria funcionar. Mas, na realidade, eles não tinham respostas para todas as perguntas colocadas, e não mencionaram as diferenças oferecidas entre as redes pública e privada.

Todos concordaram que o convívio com professores e colegas no espaço escolar é fundamental para a construção do conhecimento, que o tempo de quarentena iria transformar o papel dos pais na educação. A mudança é positiva no caso dos pais que têm conhecimento e o ambiente familiar é propício para tal colaboração com o ensino à distância dos filhos. Mas no caso em que a família vive confinada em espaços mínimos, com os adultos desempregados e sem conhecimento, essas dificuldades são acentuadas.

Outro ponto comum foi a certeza de que o papel do professor precisará ser revisto, demandando uma formação mais completa em relação ao uso da mídia e da internet para lecionar à distância. Será preciso se reinventar para gravar e editar vídeos, pois ensino à distância não se resume a repetir a aula tradicional na frente de uma câmera.

Para garantir o aprendizado, deram sugestões que iam desde a flexibilização do currículo, o ensino híbrido, revezando aulas presenciais ou em ambiente virtual, até a possibilidade de esticar o ano letivo de 2020 para 2021. Hoje vemos que esta última sugestão não se concretizou, pois a mesma situação de afastamento, com as mesmas dificuldades, se prolongou durante o ano de 2021.

Quanto ao impacto da quarentena e as mudanças mais profundas na educação depois da pandemia, as respostas eram apenas suposições, pois ainda continuam em aberto. Algumas conclusões podem ser citadas, como a demanda por acesso à internet para todos, para não acentuar as diferenças, e uma mudança nas habilidades a serem desenvolvidas. O ensino híbrido também parece ter lugar garantido na educação pós-pandemia.

DESAFIOS IMPOSTOS AOS PROFESSORES

Com a pandemia do Covid-19, a ressignificação da sala de aula se fez necessária, uma vez que o processo de ensino-aprendizagem teve que acontecer de forma remota. A ferramenta que possibilitou essa ressignificação de um dia para outro foi a tecnologia –videoconferências agendadas, produção de vídeos com exposição sobre o conteúdo pedagógico, atividades postadas nas plataformas digitais e formulários para a avaliação dos alunos. Assim se estabeleceu boa parte das salas de aula virtuais.

Nessa ressignificação, a aula presencial pré-pandemia que usufruía da proximidade entre o professor e seus alunos, e de todas as sensações e interpretações expressas na fala, no olhar e no gesto, precisou se adequar para o ambiente virtual. Dessa forma, como o professor poderia garantir equidade nas oportunidades de aprendizagem para todos os seus alunos? No ambiente virtual, por muitas vezes estabelecido por meio de uma videoconferência, para o aluno conseguir estar presente, ele precisava ter acesso à internet. Ou, mesmo tendo acesso à internet, para não "ficar caindo" a câmera precisava ficar desligada – e, dessa forma, muitas expressões foram silenciadas / não visualizadas /não interpretadas.

Uma nova demanda foi apresentada ao professor: ele precisava transformar a aula idealizada no modelo presencial para o modelo virtual. Mas, como o professor pode se reinventar, já que toda sua formação foi com foco nas aulas presenciais? E nesse transformar da aula presencial para a virtual, a nova demanda se apresentou em muitas tarefas a serem realizadas: para cada vídeo, cada atividade e cada avaliação, o professor precisava pesquisar, produzir, editar, analisar e aprovar. Além disso, para a realização dessas tarefas, o professor precisava da ferramenta (computador, celular, câmera, aplicativo, editor etc.) e saber como manipular tal ferramenta.

Tecnologia digital na educação é um assunto que permeia o meio acadêmico da Educação Matemática há pelo menos 20 anos. Na pré-pandemia Covid-19, as salas de aula já não eram mais apenas espaços físicos que faziam uso, exclusivamente, da mídia lápis-e-papel (Borba et al., 2002) no processo de ensino-aprendizagem. Inovações nas práticas pedagógicas já estavam sendo propiciadas por mídias educacionais digitais capazes de trazer novos apontamentos. Acerca dessa relação entre os sujeitos do processo de ensino-aprendizagem, – aluno e professor –, e os recursos digitais, esses autores sustentam que, numa perspectiva histórica,

> os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses mesmos seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas. [...] Assim, chamamos calculadoras gráficas e computadores munidos de *softwares* de atores e estamos sempre pensando como mudanças, nos seres humanos e também nas tecnologias, modificam esse coletivo pensante seres-humanos-com-mídias (Borba et al., 2002).

Possibilitar que a avaliação aconteça em ambientes virtuais, por exemplo, elenca novas percepções e novos questionamentos a partir da simulação, da manipulação e da experimentação virtual por parte dos alunos. Cabe questionar, como o professor poderia avaliar se os alunos estão aprendendo? Consoante à citação, a utilização de recursos digitais nas avaliações proporciona ao aluno novas interpretações para o problema matemático, novas estratégias para a resolução dele e novas formas de se expressar, matematicamente, durante a resolução, modificando, assim, o coletivo pensante seres-humanos-com-mídias. Para o professor, haverá novas percepções no processo de aprendizagem desse aluno.

De acordo com Baptista (2020), é urgente a necessidade de alinhar as práticas avaliativas aos métodos de ensino atuais, que lançam mão das mais diversas mídias– não faz mais sentido ter uma dicotomia entre as tecnologias adotadas para mediar o ensino-aprendizagem e as tecnologias adotadas para a avaliação.

Tomar atitudes, como a adoção da avaliação a serviço do ensino-aprendizagem, como consequência do processo reflexivo do professor sobre suas práticas avaliativas demonstra uma postura responsável, sensível e colaborativa por parte do professor em relação a seu aluno. É preciso contextualizar os instrumentos de avaliação com uso de dados reais, demandando mais leituras, investigações, análises de vídeos e de gráficos, despertando nos alunos uma consciência sobre o papel social da Matemática (Lima et al., 2020).

E essa postura se mostra essencial, pois estudos mostram a possibilidade de uma grande evasão escolar. Uma reportagem do jornal O GLOBO, em 17/07/2021, abordou o tema: “O grave efeito colateral da Covid na educação”. Essa reportagem mostra que “40% dos estudantes da educação básica não estão evoluindo na aprendizagem, não estão motivados e admitem que podem abandonar os estudos”. Dessa forma, está a cargo de todos os profissionais envolvidos na educação, desde o gestor público até o professor, a busca de uma educação com qualidade e que atenda às necessidades de forma efetiva dessa geração afastada da sala de aula pelo Covid-19.

Algumas escolas retornaram às atividades presenciais no início do ano de 2021, a maioria do setor privado, firmando ainda mais a desigualdade entre alunos de escolas privadas e alunos de escolas públicas. De acordo com a reportagem, até o início de julho de 2021, apenas nove estados e nove capitais tinham autorizado aulas presenciais na rede pública, com uma pressão sobre os demais para a retomada em agosto. A esperança para o retorno às atividades presenciais se mostrou a partir da inserção dos professores no grupo prioritário de vacinação. Esse retorno precisa acontecer de forma gradual, com segurança quanto à contaminação do Coronavírus, mas principalmente, de forma efetiva.

COMO LIDAR COM AS DIFERENÇAS?

Nas condições atuais em que o foco nas tarefas propostas aos alunos passou da simples resolução para os processos de investigação, argumentação e raciocínio lógico, as diferenças entre os alunos ficaram mais acentuadas. Além disso, o ensino e a aprendizagem precisam ser encarados de um ponto de vista mais social e humano, considerando as condições de moradia, apoio da família e acesso à internet. Nesse sentido, a Matemática, que sempre foi vista como uma disciplina exata, do certo ou errado, levou os professores a considerar também sua vertente da área das ciências humanas, levando em conta aspectos sociais dos alunos e do ambiente em que vivem.

Uma reportagem do jornal O GLOBO, de 04/08/2020, cinco meses após o fechamento das escolas para evitar a transmissão da COVID-19, mostra resultados de uma pesquisa da Nova Escola com professores, que aponta desigualdades no ensino on-line. Apesar de não concordarmos com o termo "transmissão de conteúdo", a Figura 1 apresenta uma comparação entre as redes pública e privada, em três categorias: participação dos alunos em aulas virtuais, participação das famílias nas atividades virtuais e conteúdo defasado.

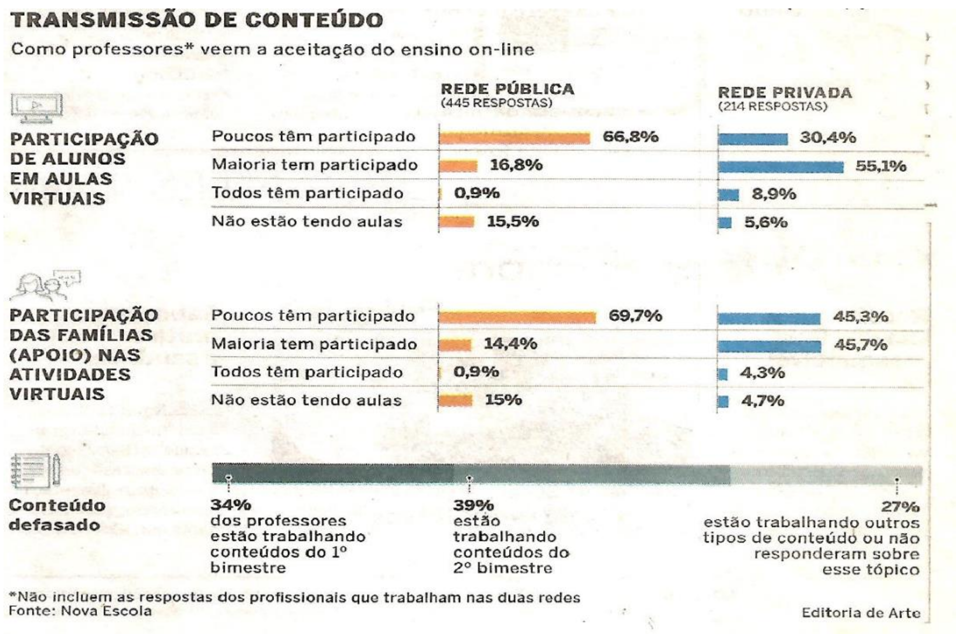

Figura 1. Pesquisa sobre a aceitação do ensino on-line. Fonte: O GLOBO, 04/08/2020.

O aproveitamento dos alunos das escolas públicas é claramente inferior ao dos alunos das escolas particulares, acentuando uma defasagem que já existia antes da pandemia. Certamente, um ano após a realização dessa pesquisa, podemos inferir que essa defasagem deve ter sofrido um aumento considerável.

Por outro lado, a aprendizagem nos primeiros anos do Ensino Fundamental foi muito prejudicada em ambas as redes. A alfabetização na língua materna, assim como a alfabetização matemática demandam atitudes presenciais, um contato direto e contínuo entre professor e aluno. Essa foi a motivação para o MEC ter desenvolvido o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), com foco na alfabetização e leitura em 2013, e na alfabetização matemática em 2014 (Constant et al., 2015).

Mesmo nos anos de escolaridade seguintes, o contato entre os alunos, e destes com os professores é essencial, promovendo a socialização, permitindo o trabalho em atividades desenvolvidas em grupo, impossíveis de serem realizadas à distância.

UM OLHAR PARA O FUTURO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Naturalmente, a humanidade está aprendendo com muitas reflexões trazidas por conta da pandemia, e o mundo não voltará a ser como no ano de 2019. O mesmo ocorrerá dentro das instituições de ensino, dentro das salas de aula, com cada professor e com cada aluno – mudanças ocorrerão. Afinal, qual o legado da pandemia Covid-19 para as salas de aula do século XXI?

No período da pandemia Covid-19, ensinar e aprender estão sendo ressignificados diariamente por professores e alunos que conseguem estar presentes a algum modelo de sala de aula imposto pela pandemia. Licenciandos, que hoje estão nas carteiras dessas recentes salas de aula e que em alguns semestres assumiram turmas de alunos, vivenciaram não apenas as incertezas e ansiedades trazidas pela pandemia, mas vivenciaram também o momento em que foi estabelecida a necessidade de se (re)inventar o processo ensino-aprendizagem-avaliação.

De acordo com a reportagem do jornal O GLOBO, em 15/07/2021, com o tema: "Educação não pode voltar a ser como antes", Ricardo Henriques destaca que um erro grave será cometido se não forem utilizados os aprendizados desse período de pandemia para o alcance de um patamar mais inovador para a educação, que não pode voltar a ser como antes. Além disso, ele destaca a importância de se analisar o que funcionou no ensino remoto para inovar a educação tendo a tecnologia como aliada, uma vez que a implementação de forma emergencial do ensino remoto não possibilitou o aproveitamento com qualidade de todas as possibilidades da tecnologia para a sala de aula.

Consoante ao exposto acima, Engelbrecht et al. (2020, *apud* Borba, 2021) destacam que "uma ampla gama de mídia e tecnologia está disponível para criar novas formas híbridas de ensino. A integração da tecnologia permite que os educadores criem experiências de aprendizagem que atraiam os alunos de forma ativa e significativa para o conteúdo do curso".

Sem a substituição do professor, mas estimulando ainda mais a capacidade que o professor tem de produzir vínculos com seus alunos e de dar sentido ao processo de ensino-aprendizagem, Ricardo Henriques destaca na reportagem como o ensino híbrido pode estimular ainda mais a participação do estudante, tornando-o mais protagonista e mais preparado para o mundo complexo em que vivemos, uma vez que o ensino híbrido traz a inovação e a possibilidade de experimentação. Além disso, destaca também a responsabilidade que o Estado deve assumir oferecendo aos educadores formação para o desenvolvimento de um projeto pedagógico amparado de forma positiva pela tecnologia.

A reportagem também ressalta a importância de investimentos dos setores públicos para garantir a compra de planos de internet móvel e equipamentos para a garantia do acesso ao ensino remoto. Além disso, para a perspectiva de elevar a educação a um novo patamar, sugere que secretarias e equipes gestoras apoiem os educadores criando espaços de trocas entre eles, buscando o compartilhamento de experiências de sucesso (Henriques, 2021).

A tecnologia foi o meio utilizado para estabelecer o espaço da sala de aula durante a pandemia. Mas, sempre foi um grande desafio para o professor desenvolver atividades utilizando a tecnologia de forma pedagógica na sala de aula presencial, e agora, esse desafio se estabeleceu no ensino remoto. Ao romper com práticas de ensino-aprendizagem-avaliação já cristalizadas, o professor age de forma a buscar mais igualdade, colaboração e bem-estar dos seus alunos na sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um aspecto da pandemia, que pode ser considerado como um ponto positivo, é a difusão da necessidade de estudar vários tipos de gráficos exibindo curvas de crescimento da contaminação, taxas de ocupação de leitos ou porcentagem de vacinados. Com isso, houve uma valorização da Educação Matemática, com vários trabalhos de pesquisa envolvendo esses temas. Mesmo os leigos se interessaram em entender o que os gráficos e os dados estavam informando.

Sem dúvida, houve uma valorização do papel e da importância do professor. Principalmente, os pais e familiares sentiram o peso e responsabilidade do professor na tarefa de educar as crianças e adolescentes. Com o ensino remoto, é difícil motivar as crianças menores para as aulas virtuais, elas logo perdem o interesse e se distraem, requisitando a presença de um adulto ao seu lado. Por sua vez, o professor teve seu papel diversificado em múltiplas tarefas, como mostra a charge da Figura 2.

Figura 2. Transformação das atividades do professor durante a pandemia. Fonte: Escola de Passarinhos (https://www.facebook.com/bularevista)

A partir de julho de 2021 tem havido uma pressão muito forte para o retorno às aulas presenciais. Várias reportagens veiculadas reforçam esse desejo, principalmente por parte da rede privada ("É necessária e Urgente a volta às aulas presenciais" - O GLOBO, 19/07/2021), até o Ministro da Educação fez um pronunciamento em rede nacional a esse respeito (20/07/2021). No entanto, não há garantias de que os cuidados necessários serão obedecidos, pois mesmo vacinados, os professores e funcionários das escolas correrão riscos de se infectar.

Mas é importante observar que muitas reportagens, tanto impressas como transmitidas pela TV, chamam atenção para as consequências do período de fechamento das escolas, causando modificações no modelo tradicional da educação, que talvez nunca volte a ser como antes. É o caso das reportagens já citadas: "Educação não pode voltar a ser como antes", assinada por Ricardo Henriques (O GLOBO, 15/07/2021) e "O grave efeito colateral da Covid na educação, de Denis Mizne e David Saad (O GLOBO, 17/07/2021).

O que, de fato, é possível garantir é a urgência de que a tecnologia e seus componentes necessários estejam disponíveis e com qualidade para todos os envolvidos na educação. Foi por meio da tecnologia que muitas salas de aula se estabeleceram durante a pandemia no modelo de ensino remoto, agora, se faz necessário que a tecnologia e todos os recursos advindos dela influenciam cada vez mais os projetos pedagógicos na educação brasileira, uma vez que, ao que tudo indica, o ensino híbrido está sendo estabelecido em muitas instituições de ensino no Brasil. Já nas universidades, é necessário e urgente que a formação dos licenciandos esteja dialogando com as novas demandas apresentadas à educação pela pandemia. Daqui a pouco tempo, esses licenciandos estarão à frente dos estudantes que tiveram a pandemia carimbada em sua formação escolar.

Este trabalho é resultado da reflexão das autoras sobre algumas das novas demandas impostas ao tripé estudante-licenciando-professor pelo Coronavírus na educação brasileira. Desejamos que a sociedade perceba a importância e urgência de dar todo o apoio necessário a esse tripé, buscando minimizar de forma responsável e efetiva os prejuízos físicos, emocionais e sociais impostos pela pandemia Covid-19 à educação. Desejamos ao futuro da política no Brasil gestores que valorizem e amparem a educação, a pesquisa e a ciência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baptista PM (2020). A avaliação ressignificada pela tecnologia digital. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Didática(s) entre diálogos, insurgências e políticas: tensões e perspectivas na relação com currículo e avaliação. 266-272p

Borba MC (2021). The future of mathematics education science COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. Educational Studies in Mathematics, 107: 1-16.

Borba MC, Penteado MG (2002). Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

Brasil (2014). Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Caderno de Apresentação. Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação / Secretaria de Educação Básica, Brasília.

Constant E et al. (2016). Educação em Movimento: artigos e relatos do Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa no Rio de Janeiro em 2014. Faculdade de Educação da UFRJ.

Costa Neto C, Giraldo V (2019). Do 3 + 1 à prática como componente curricular: uma narrativa possível sobre o currículo da Formação Inicial de professores de Matemática na UFRJ. RPEM, Campo Mourão, PR, 8(17): 369-394.

Henriques R (2021). Educação não pode voltar a ser como antes. Artigo publicado no jornal O GLOBO, 15/07/2021.

Lima D, Nasser L (2020). Avaliação no Ensino Remoto de Matemática - analisando categorias de respostas. Revista Baiana de Educação Matemática, 1: 1-19.

Marques P, Esquincalha A (2020). Desafios de se ensinar matemática remotamente: os impactos da pandemia covid-19 na rotina de professores. Anais do IX Seminário de Pesquisa em Educação Matemática, SBEM- RJ, 1-10p.

Mizne D, Saad D (2021). O grave efeito colateral da Covid na educação. Artigo publicado no jornal O GLOBO, 17/07/2021.

Moraes MC (2002). O paradigma educacional emergente. 8. ed. São Paulo: Papirus, 239p.

Nóvoa A (1997). Formação de professores e profissão docente. In: Nóvoa A (Org.). Os Professores e a sua Formação. Lisboa, Portugal: Publicações Dom Quixote Instituto de Inovação Educacional.

Nunes T et al. (2002). Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas. São Paulo: PROEM.

Petraglia IC (2002). Edgar Morin: a educação e a complexidade do ser e do saber. 7. ed. Petrópolis: Vozes.

Santos VP (2007). Interdisciplinaridade na sala de aula. São Paulo: Loyola.

Vieira ER et al. (2015). Educação Matemática no Ciclo de Alfabetização: a experiência do PNAIC no Estado do Rio de Janeiro. Anais da XV CIAEM, Chiapas, México, p.1-11.

Vieira ER, Nasser L (2015). PNAIC no Estado do Rio de Janeiro: investigando as práticas dos formadores numa perspectiva interdisciplinar. Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, SBEM, Pirenópolis, GO, 1-12p.

Capítulo II

Os desafios da formação matemática acadêmica de professores de Matemática em tempos atuais

10.46420/9786581460273cap2

Wanderley Moura Rezende[3*]

INTRODUÇÃO

A formação de professores da educação básica é um tema bastante controverso e encontra-se em destaque no cenário educacional brasileiro. Nos últimos seis anos tivemos duas resoluções que estabelecem diretrizes para a formação de professores. A mais recente, conhecida como a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica, (Brasil, 2019), a BNC-Formação, publicada em 20 dezembro de 2019, têm provocado reações, as mais diversas possíveis, com relação ao seu conteúdo e ao modo como sua elaboração foi conduzida. Três anos depois das Instituições de Ensino Superior implementarem a reforma nos cursos de licenciaturas no país, referente à Resolução CNE/CP nº. 2 de 1º de julho de 2015 (Brasil, 2015), o que justifica essa nova reforma curricular? A implementação da BNCC na educação básica? O Novo Ensino Médio? O que se pretende com essa resolução? E os nossos cursos de licenciatura, para onde vão?

Antes de discutirmos esse futuro, não tão distante, e tão presente no contexto atual, voltaremos um pouco na história educacional brasileira para entendermos o momento atual, algumas conquistas alcançadas tanto por conta das políticas educacionais implementadas para o campo da formação de professores da educação básica como de algumas contribuições teóricas da Educação e da Educação Matemática para a formação inicial dos professores de matemática do ensino básico.

No âmbito das pesquisas na área de Educação Matemática, são inúmeras as contribuições para formação dos professores de matemática da educação básica: vão desde teorias de aprendizagem matemática, novas metodologias e tecnologias de ensino, até questões epistemológicas relacionadas às dimensões histórica e socioculturais do conhecimento matemático e da matemática escolar. Contudo, algumas dificuldades relativas à formação matemática do professor da educação básica persistem até hoje. E é exatamente esse elemento na formação o principal foco desse artigo.

Desenvolvemos o texto desse artigo considerando cinco seções: na primeira, fazemos uma discussão inicial sobre o currículo '3+1' e o fenômeno da dupla descontinuidade na formação do professor de matemática (Klein, 2009); em seguida, apresentamos algumas contribuições teóricas

[3] Doutor em Educação (Ensino de Ciências e Matemática) – FE/USP. Docente do IME/UFF.
[*] Autor correspondente: wmrezende@id.uff.br

Educação e da Educação Matemática para a formação de professores na educação básica; na terceira seção, destacamos e refletimos os resultados de algumas pesquisas que revelam fragilidades na formação matemática dos professores da educação básica relacionadas a dois conceitos fundamentais da matemática escolar; e, por último, fazemos uma revisão de alguns marcos legais que, de certo modo, influenciaram os estados atuais dos cursos de licenciatura em nosso país.

Ao final, fizemos uma breve síntese sobre os temas aqui discutidos, procurando refletir sobre o possível impacto que a BNC-formação pode provocar na atual formação matemática acadêmica do professor de matemática da educação básica. Destacamos, entretanto, que neste artigo não temos o propósito de obter respostas para as questões anunciadas. Pretendemos, isto sim, refletir sobre alguns pontos que consideramos essenciais para orientar futuras discussões da academia com respeito à formação matemática acadêmica de professores de matemática da educação básica.

O CURRÍCULO '3+1' E O FENÔMENO DA DUPLA DESCONTINUIDADE

A formação de professores de matemática para a educação básica, desde muito tempo, esteve atrelada à formação dos bacharéis. Pensava-se em primeiro plano a formação do bacharel, para depois complementar a formação dos licenciados. Essa relação de submissão dos cursos de licenciatura aos cursos de bacharelado ocorreu em todas as áreas do conhecimento e se perpetuou por muito tempo nas instituições brasileiras. Esse modelo para os cursos de licenciatura ficou conhecido como o modelo '3+1': três anos de formação no conhecimento específico e um ano de formação pedagógica.

No caso específico da Matemática, durante os três primeiros anos ensinava-se o conhecimento acadêmico da matemática do ensino superior – próprias do bacharelado – e no último ano era a vez das disciplinas pedagógicas - também acadêmicas da área educacional. A inserção do licenciando na sala de aula matemática era feita de forma breve em disciplinas de Prática de Ensino ofertadas neste último ano de formação. Esse modelo reforçava ainda mais aqui o que o matemático alemão Félix Klein denominou por fenômeno da dupla descontinuidade.

Em seu conhecido trabalho "Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior" [4], Klein identifica uma ruptura entre a matemática da escola secundária e a matemática do ensino superior. Para o autor, os estudantes "universitários ocupavam-se exclusivamente de sua ciência sem se preocuparem em estabelecer conexões com a Matemática Escolar" (Klein, 2009).

> Os jovens estudantes universitários são confrontados com problemas que nada têm a ver com as coisas que estudaram na escola e, naturalmente, esquecem-nas rapidamente. Quando, depois de completarem o curso, se tornam professores confrontados com a necessidade de ensinar a matemática elementar na forma adequada ao grau de ensino, primário ou secundário, a que se dedicam, e como não conseguem estabelecer praticamente nenhuma relação entre esta tarefa e a matemática que aprenderam na universidade, facilmente aceitam o ensino tradicional, ficando

[4] A versão original, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, foi publicada em três volumes nos anos de 1908 e 1909.

> os estudos universitários como uma memória mais ou menos agradável que não tem influência na sua forma de ensinar (Klein, 2009).

Para Klein, o problema do currículo do ensino secundário, à época, era o reflexo de questões relativas à formação do professor. Em consonância com o argumento de Klein, mesmo depois de mais de um século, também compartilhamos da ideia de que "parte" das dificuldades observadas no ensino secundário de matemática são consequências desse processo de formação do professor obtido no ensino superior. Nesse sentido, o modelo '3+1' só reforçou ainda mais essa ruptura. Contudo, há de se ressaltar que para alguns educadores matemáticos esse modelo curricular ainda persiste no cenário educacional brasileiro.

Para Oliveira et al. (2018), ainda não conseguimos "nos libertar" desse modelo nos cursos de licenciatura, pois a formação matemática e a formação matemática para o ensino ainda se encontram distanciadas. Segundo Fiorentini et al. (2013), existe uma tricotomia entre a formação matemática, a didático-pedagógica e a prática na formação inicial desses professores:

> (1) a formação matemática voltada quase exclusivamente à matemática acadêmica, sem estabelecer relações e problematizações com a matemática escolar e com a perspectiva didático-pedagógica; (2) a formação didático-pedagógica, geralmente dissociada da matemática acadêmica e das práticas reais (vigentes ou inovadoras) de sala de aula nas escolas atuais; e (3) a prática profissional, que trabalha uma matemática mais alinhada a uma tradição escolar e distante da matemática que a licenciatura privilegia e, de outro lado, que possui/desenvolve uma prática didático-pedagógica construída, tendo por base uma tradição pedagógica e/ou o enfrentamento consciente dos problemas e desafios das diferentes realidades complexas da escola brasileira (Fiorentini et al., 2013).

Segundo os autores, nessa tricotomia, a matemática acadêmica prevalece sobre os demais elementos presentes na formação inicial. Além disso, há um distanciamento desta formação matemática em relação aos conteúdos matemáticos que o licenciando irá ensinar. Aliás, conforme observam os autores, a formação didático-pedagógica também está "dissociada da matemática acadêmica e das práticas reais (vigentes ou inovadoras) de sala de aula nas escolas atuais". Assim, para se atingir o propósito de uma formação inicial desejável do professor de matemática, a articulação entre os três elementos dessa tricotomia observada pelos autores se faz necessária.

Contudo, gostaríamos de destacar ainda alguns pontos a respeito dessa formação matemática acadêmica. É inegável que o professor deve saber em maior profundidade o conteúdo que vai ensinar. Também é consenso que este conhecimento matemático deve ir além do objeto a ser ensinado. No entanto, um ponto que precisa ser discutido são os próprios conteúdos selecionados para compor essa formação matemática acadêmica desse profissional. Não só "o quê", mas também o nível de "profundidade" desejável para essa abordagem.

Nesse sentido, somos obrigados a concordar com Fiorentini et al. (2013). Se por um lado, o modelo temporal '3+1' tenha sido modificado, o hiato existente entre os elementos da tricotomia destacado pelos autores prevalece na execução da maioria dos currículos dos cursos de licenciaturas atuais. Não por acaso, mesmo tendo passado mais de um século, a presença do fenômeno da dupla descontinuidade na formação dos professores de matemática da educação básica persiste ainda hoje e é frequentemente sinalizada por diversos pesquisadores da Educação Matemática. E uma das razões da permanência dessas rupturas é, sem dúvida, a formação matemática acadêmica realizada na formação inicial desses profissionais. Afinal, Cálculo é Cálculo! Análise é Análise! Há de se rever essa discussão.

SABERES DOCENTES E O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

Como discutido na seção anterior, saber matemática é condição necessária, mas não suficiente! O mesmo, poderíamos afirmar em relação aos saberes pedagógicos. Nesse sentido, alguns educadores têm contribuído com a discussão sobre a existência de outros saberes para a formação de professores da educação básica.

Dentre esses, destacam-se os trabalhos de Lee Shulman. Inicialmente, Shulman (1986) distingue especialmente três categorias de conhecimentos necessários para o ensino: "saber de conteúdo", "saber pedagógico de conteúdo" e "saber sobre currículo". Em outro trabalho, o autor amplia essa lista, a saber:

- Saber de conteúdo;
- Saber pedagógico – com especial referência a princípios gerais e estratégias de manejo de classe e de organização que parecem transcender ao saber de conteúdo específico.
- Saber sobre currículo – com particular compreensão sobre materiais e programas que servem como ferramentas de trabalho dos professores;
- Saber pedagógico de conteúdo – amálgama especial entre conteúdo e pedagogia que estabelece uma forma própria e especial de entendimento profissional e que é particular ao campo da docência;
- Saber sobre os alunos e de suas características;
- Saber sobre os contextos educacionais, que incluem desde o funcionamento de grupos ou de turmas e gestão e financiamento de distritos educacionais a características de comunidades e culturas;
- Saberes sobre os fins, propósito e valores educacionais e sobre seus fundamentos filosóficos e históricos.
- (Shulman, 1987)

Nessa lista de Shulman, destaca-se a noção de "saber pedagógico de conteúdo", um tipo especial de conhecimento próprio do professor que se constitui como "um amálgama especial de conteúdo e pedagogia" (Shulman, 1987).

Na literatura acadêmica existem outras ampliações dessa lista. Com a presença cada vez mais marcante das tecnologias e *softwares* computacionais no cotidiano dos estudantes e no ambiente escolar, não há como ignorar as potencialidades desses recursos no processo educacional. O professor atual precisa se apropriar e fazer uso desses recursos em suas aulas. A esse tipo de conhecimento sobre o uso de tecnologias, tanto as do tipo padrão (livro, quadro branco) como tecnologias mais avançadas (computadores e *softwares*), Mishra et al. (2008) denominam por conhecimento tecnológico.

Assim, inspirado no modelo de Shulman (saber de conteúdo, saber pedagógico e saber pedagógico de conteúdo), as pesquisadoras constroem, por interação com essa nova dimensão tecnológica, um novo sistema com sete saberes docentes, a saber: Conhecimento do Conteúdo (CK), Conhecimento Pedagógico (PK), Conhecimento Tecnológico (TK), Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) e Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPCK). Os três primeiros são os já citados por Shulman em seu modelo. Os três últimos resultantes da interação do conhecimento tecnológico (TK) com os três primeiros. No âmago da representação desse sistema encontra-se o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*), definido pelas pesquisadoras como o conhecimento que os professores precisam para ensinar com e sobre tecnologia em suas áreas disciplinares e nível escolar de atuação. Cabe destacar que esse modelo não se refere a uma área disciplinar em especial, ainda que a interatividade entre a Matemática e as tecnologias seja bem natural.

Outra ampliação de modelos de saberes docentes, agora no âmbito da Educação Matemática, pode ser encontrada nos trabalhos de Deborah Ball e seus colaboradores. Contudo, neste artigo, interessa-nos destacar um refinamento que Ball et al. (2008) realizaram do conceito de saber pedagógico de conteúdo: o "conhecimento matemático de ensino".

> Por "conhecimento matemático para o ensino", queremos significar os conhecimentos matemáticos necessários para realizar o trabalho de ensino da matemática. É importante notar que a expressão termina com ensino, não com professores. Ela está preocupada com as tarefas envolvidas no ensino e com as exigências matemáticas dessas tarefas (Ball et al., 2008).

Para Ball e seus colaboradores, "um professor precisa saber mais matemática e de forma diferente – não menos" (Ball et al., 2008). Por outro lado, saber "de forma diferente" não se resume, no nosso entendimento, apenas a questões metodológicas do ensino da matemática acadêmica e nem mesmo ao fato de saber "formas diferentes" de se ensinar determinado conteúdo da matemática escolar. Não que esses tipos de conhecimentos não sejam importantes. E são de fato! Mas o professor precisa também saber mais matemática, para "além do ensino" e da "matemática acadêmica usualmente ensinada nos cursos de formação inicial". "Não menos", mas "diferente"! Há de se fazer as escolhas apropriadas desse conteúdo especializado da matemática acadêmica para que a "profundidade" desse conhecimento, tão consensual na academia, não seja apenas aparente, inútil, ou apenas um "enriquecimento cultural" que não agrega elementos de formação e que, por essa razão, acabe tornando-se também superficial.

Nas últimas reformas curriculares dos cursos de licenciatura em Matemática, novas disciplinas – por exemplo, as ditas "disciplinas integradoras" – têm contribuído para a construção de uma identidade profissional para o professor de matemática. A essas disciplinas, na maioria dos exemplos, são agregadas as contribuições das pesquisas da área de Educação Matemática. Contudo, as disciplinas de conhecimentos específicos têm se mantido de forma inalterada: mesma seleção de conteúdo, mesma metodologia e mesmos processos de avaliação. E é exatamente nesse universo de disciplinas específicas que queremos focar nossa discussão. O conjunto dessas disciplinas ocupam em geral parte substancial da carga horária total[5] na formação inicial de um estudante de licenciatura em Matemática. Mas, o que aprendem os licenciandos nessas disciplinas de conteúdo específico?

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PROFESSOR: ALGUNS INDÍCIOS

Para lançar luz sobre a discussão a respeito da formação matemática do professor da educação básica, trazemos em tela nessa seção dois conceitos fundamentais do ensino da matemática escolar: frações (razões) e funções reais.

São notórias as dificuldades dos estudantes da educação básica, em especial do ensino médio, em relação às operações básicas com números racionais. Tal fato, ao nosso modo de ver, deve-se, dentre outros fatores, à falta de gerência direta por parte do professor especialista de matemática. Em geral, a abordagem inicia-se nos anos iniciais do Ensino Fundamental I com o tratamento de frações a partir da relação parte-todo. Desde então surgem alguns obstáculos de aprendizagem que requerem outros significados, principalmente quando as operações são apresentadas. O tema é retomado no Ensino Fundamental II, no sexto ano, pelo professor especialista, em caráter de revisão, como se o aluno já tivesse construído o conceito de fração e suas operações. A revisão é realizada então em termos de operações e resoluções de problemas relacionados ao tema. No 7° ano então, a generalização de frações para números racionais é realizada, em geral, de forma aligeirada e tomando por base os conhecimentos anteriores, e é desse modo que as dificuldades no trato com esses números persistem até o Ensino Médio. Prevalece nesse processo uma abordagem que não valoriza a articulação entre conhecimento novo e o já abordado, ocorrendo apenas acréscimo sem aprofundamento. Em particular, em relação às operações, observa-se a ênfase em procedimentos realizados/propostos sem a construção de significados. Isso é um ciclo que se perpetua. Por que o professor de matemática não interfere nesse processo? Uma das razões pode (e deve) estar relacionada com a formação inicial desse professor. Ele (o professor) certamente interferiria, quebraria esse ciclo, se tivesse formação para enfrentar essa situação.

Essas dificuldades com a abordagem dos números racionais não são exclusivas do contexto educacional brasileiro. Segundo o matemático Wu (2011), os licenciandos americanos na graduação, assim como os brasileiros, aprendem que Q é um conjunto de classes de equivalência em Z x Z, munido de duas operações que satisfazem a um conjunto de axiomas, do que nada adianta quando se quer ensinar este conceito na escola básica. Em verdade, essa dificuldade, muitas vezes, se revela não só na incapacidade de o professor conhecer recursos didáticos ou metodologias para ensinar tal conteúdo, mas,

[5] Na Universidade Federal Fluminense, excluindo as 400h de Estágio Supervisionado e as 200h de Atividades Teóricas Práticas de Aprofundamento, essas disciplinas correspondem a aproximadamente 47% das 2620h da grade curricular do Curso de Licenciatura em Matemática presencial do IME.

sobretudo, na própria formação matemática do professor sobre o tema. Para elucidar essa questão, vejamos o exemplo a seguir, subtraído de uma experiência de avaliação vivenciada pelo autor deste artigo.

Em uma prova de seleção para o curso de pós-graduação *latu sensu* em Ensino de Matemática do IME-UFF, foi proposta uma questão[6] sobre o conceito de fração (razão). A questão apresentava uma situação problema proposta por uma professora fictícia em que três alunos de sua turma – Maria, Carla e João – responderam de formas diferentes ao último item.

Na situação problema elaborada pela professora eram apresentados dois sacos: o primeiro saco, contendo três bolinhas brancas e uma bolinha preta; o segundo, contendo uma bolinha branca e cinco pretas. No item (a) era perguntado sobre a razão entre a quantidade de bolinhas brancas em relação à quantidade total de bolinhas que estavam no primeiro saco. Pergunta similar era feita no item (b) em relação à quantidade de bolinhas brancas no segundo saco. No item (c) perguntava-se sobre a razão entre a quantidade de bolinhas brancas em relação à quantidade total de bolinhas em um terceiro saco onde foram coladas todas as bolinhas dos dois sacos anteriores.

Em seguida eram apresentadas as respostas de cada um dos alunos – Maria, Carlos e João – para os três itens (Figura 1).

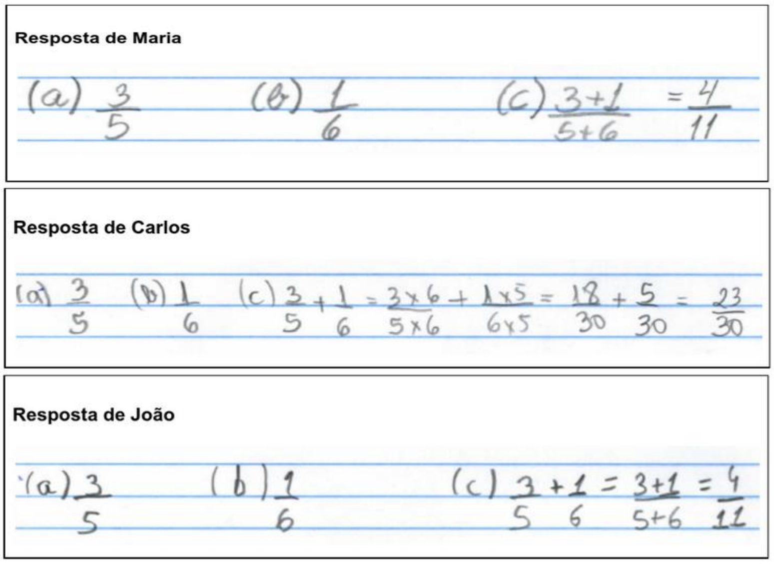

Figura 1. Respostas dos alunos Maria, Carlos e João aos itens (a), (b) e (c) do problema proposto pela professora. Fonte: Exame de seleção para o Curso de Especialização em Ensino de Matemática do IME-UFF.

A questão proposta aos candidatos professores solicitava que eles avaliassem qual(ais) aluno(s) resolveu(ram) corretamente o último item, apresentando as devidas justificativas para os possíveis equívocos cometidos pelos alunos.

[6] Essa mesma questão foi oferecida como atividade extra no Curso de Desenvolvimento Profissional de Professores sobre Ensino de Frações do projeto Livro Aberto do IMPA/OBMEP.

Dos vinte e sete candidatos, quatorze afirmaram que Carlos respondeu o último item corretamente (apenas três professores responderam corretamente e os demais não resolveram a questão). Apesar da resposta de Carlos estar errada, o argumento dos professores se baseava principalmente no fato de o aluno ter realizado corretamente o algoritmo da adição de frações. Tal resultado é realmente preocupante, pois ele evidencia um erro conceitual consequente da fragilidade na formação matemática do professor. Não caberia às disciplinas de Álgebra ou de Fundamentos de Matemática ou de Matemática Elementar, ou qualquer outra disciplina de conteúdo específico de matemática, dar conta dessa formação?

Outro conceito fundamental da Matemática que destacamos para análise nesse artigo é o conceito de função. São diversos os trabalhos que apontam a existência de algumas lacunas na formação de professores de matemática com respeito a este conceito (Even, 1990; Even, 1998; Hitt, 1998; Zuffi, 1999; Rossini, 2006; Costa, 2008; Thees, 2009).

Even (1998), em seu artigo, observou que os professores investigados não relacionam os vários modos de representação do conceito de função (diagrama de setas, tabelas, expressão algébrica), bem como não conheciam as limitações inerentes a cada um deles. Essas dificuldades em articular diferentes representações deste conceito também podem ser observadas nas atitudes dos professores pesquisados por Hitt (1998) e por Costa (2008).

Considerando o quadro teórico proposto por Even (1990), Costa (2008) observou que a representação simbólica do conceito de função dominava o pensamento dos professores, sujeitos de sua pesquisa. Segundo o autor, a maioria dos entrevistados definiu a função como "relação entre conjuntos", tendo, de maneira predominante, o "diagrama de setas" e a "representação gráfica" como as primeiras imagens deste conceito. No entanto, diante das representações gráficas de algumas funções elementares (quadrática), os professores sentiam necessidade de converter estas para a representação algébrica, para, em seguida, resolver o problema por meio de tratamentos algébricos.

Os professores pesquisados por Hitt (1998) também definiram o conceito de função no contexto algébrico, ora como um conjunto de pares ordenados, ora a partir de uma "regra de correspondência". Além disso, os professores demonstraram dificuldades em identificar a variável independente em determinados problemas que utilizavam contextos físicos. Esta predominância do contexto estático e algébrico para a interpretação do conceito de função também pode ser vista no trabalho de Rossini (2006). A pesquisadora, ao analisar os mapas conceituais construídos pelos professores que participaram de sua pesquisa, observou que eles utilizavam termos relacionados a propriedades algébricas ou representações gráficas para designar as concepções, representações e tipos de funções. As palavras "função crescente" e "função decrescente", por exemplo, apareciam na lista dos professores, no entanto, as noções de variação ou taxa de variação, sequer foram mencionadas. Tal fato evidencia o tratamento estático e superficial dado à imagem gráfica do crescimento/decrescimento das funções estudadas. O professor, ao que parece, não dispõe de mecanismos com os quais possa qualificar e quantificar o tipo de crescimento. Dois depoimentos destacados da pesquisa de Rossini corroboram esta tese:

> Margarida lembrou que, anteriormente, só propunha aos alunos problemas do tipo "Dada a função f(x) = -2x + 4, esboce o gráfico, mostre o coeficiente angular e linear" e admitiu que "essa taxa de variação, já vimos, mas não ficou. Nós não usamos no dia a dia e não aplicamos na nossa aula". César confessou que não tratava de taxa de variação em sala de aula porque tinha medo (Rossini, 2006).

Este cenário descrito pelas pesquisas citadas anteriormente sugere que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise Real, presentes na grade curricular dos cursos de licenciaturas em Matemática em nosso país, não têm cumprido com os seus papéis na formação desses professores de matemática. Ratificando este ponto de vista, Zuffi (1999) acrescenta que o modo como o conceito de função tem sido apresentado nestas disciplinas (ou mesmo em Álgebra, Álgebra Linear e Topologia) pouco tem contribuído para a ampliação ou enriquecimento das imagens conceituais destes futuros professores de matemática da educação básica. As imagens conceituais da noção de função permanecem idênticas àquelas adquiridas em momentos anteriores à carreira universitária.

Outro trabalho que apresenta resultados contundentes da inoperância dos cursos de graduação de Cálculo para a formação dos professores de matemática da educação básica é pesquisa realizada por Thees (2009)[7]. Sua pesquisa tinha como questão norteadora: "Como os professores da educação básica utilizam propriedades e habilidades relacionadas ao comportamento variacional das funções afim e quadrática na resolução de problemas?".

Para investigar o conhecimento de sessenta e seis professores e licenciandos em matemática a respeito do comportamento variacional das funções afim e quadrática, a autora aplicou um questionário contendo quatro atividades relacionadas a contextos físicos, a saber:

> **Atividade 1** – Fonte: (Botelho, 2005) – A tabela abaixo mostra a variação de posição de um trem em movimento uniforme que passava no quilômetro 40 de uma ferrovia quando o movimento começou a ser observado (t = 0). Depois de quanto tempo após o início da viagem, o trem passou pelo quilômetro 120 da ferrovia?

Tempo (horas)	0	1	2	3	4
Espaço (km)	40	70	100	130	160

> **Atividade 2** – Fonte: (Botelho, 2005) – Um estudante anotou a posição de um móvel em movimento uniformemente variável ao longo do tempo e obteve a seguinte tabela:

Tempo (s)	0	10	20	30	40	50
Posição (cm)	17	45	81	125	177	237

> Calcular a posição do móvel nos instantes 5s e 35s.

[7] Monografia orientada pelo autor deste artigo.

Atividade 3 – Fonte: (Lima, 2001) – Uma escala N de temperatura foi feita com base nas temperaturas máxima e mínima em Nova Iguaçu. A correspondência com a escala Celsius é a seguinte:

°C	°N
18°	0°
43°	100°

Em que temperatura ferve a água na escala N?

Atividade 4 – Fonte: (Lima, 2001) – Uma pessoa possui um gravador de vídeo dotado de um contador que registra o número de voltas dadas pelo carretel da direita. A fita, de 6 horas de duração, está parcialmente gravada. O contador indica 1750 ao final do trecho gravado e 1900 ao final da fita. Medindo o tempo de gravação correspondente às primeiras 100, 200, 300 e 400 voltas, foram encontrados os dados abaixo:

Volta	Tempo (s)
100	555
200	1176
300	1863
400	2616

Quanto tempo resta de gravação na fita?

(Thees, 2009)

Dos sessenta e seis participantes da pesquisa, vinte e cinco eram alunos de graduação em Matemática ou pós-graduação em Matemática ou em Ensino de Matemática e ainda não atuavam como professor; quarenta e um participantes atuavam como professores de Matemática, sendo que 80% destes atuavam no ensino médio, graduação ou pós-graduação (Thees, 2009).

A primeira atividade foi a que teve o maior índice de acerto (77%). Ainda assim, onze, dos sessenta e seis participantes, usaram modelos lineares ($s = k \cdot t$) para resolver o problema desta questão (Thees, 2009).

Com relação à segunda atividade, apenas um participante apresentou solução correta (onze deixaram em branco, quatro não finalizaram o problema e uma resposta não se enquadrou em nenhum tipo de classificação). Das quarenta e nove respostas incorretas, trinta e seis utilizaram modelos em que a variação de s é proporcional à variação de t, isto é, $\Delta s = k \cdot \Delta t$ (Thees, 2009).

Cabe observar que os problemas das atividades 1 e 2, embora inseridos no mesmo contexto (cinemática), são modelados por funções polinomiais de graus diferentes (função afim e função quadrática, respectivamente). A discrepância entre os resultados da pesquisa em relação a essas atividades coloca em evidência o desconhecimento do professor a respeito do comportamento variacional da função quadrática.

O problema da atividade 3, apesar de também ser modelado por uma função afim, teve resultados bem piores que o do problema da atividade 1. A quantidade de resoluções corretas (47%) ficou próxima da quantidade de resoluções incorretas, em branco, não finalizadas e incongruentes (53%). Das vinte e quatro resoluções incorretas, metade delas utilizou regra de três simples e direta entre os valores das temperaturas em ºC e ºN (Thees, 2009). Talvez essa discrepância entre os resultados das questões 1 e 3 deva-se à mudança do contexto (de cinemática para termodinâmica).

Para o problema da atividade 4 (encontrar o tempo restante de gravação numa fita de vídeo), modelado por uma função quadrática, nenhuma solução correta foi apresentada, sendo que duas delas não foram finalizadas, seis não foram classificadas em nenhuma categoria e vinte e nove participantes deixaram a questão em branco. Dos vinte e nove que responderam incorretamente, 73% dos participantes utilizaram regra de três simples entre Δn (variação do número de voltas) e Δt (variação do tempo). Cabe destacar ainda que outras resoluções consideravam a proporcionalidade direta entre as grandezas n (número de voltas) e t (tempo) envolvidas no problema da atividade (Thees, 2009).

A partir dos dados da pesquisa de Thess (2009), observa-se que prevalece o modelo linear ou afim nas respostas dadas pelos professores que participaram da pesquisa. Os resultados da pesquisa sugerem que o mecanismo conhecido como "regra de três", utilizado de forma ingênua, é o instrumento universal para resolução de problemas dessa natureza. O comportamento variacional da função quadrática, ou mesmo de outras funções elementares usualmente ensinadas na educação básica, não são consideradas por esses professores. Aliás, a função que modela o problema, em geral, não é sequer mencionada. Ela permanece camuflada nos mecanismos algébricos (onde a regra de três é um deles) que utilizam para resolver a questão.

Assim, com base nas pesquisas relatadas acima, percebe-se certa fragilidade na formação matemática do professor da educação básica com relação aos conceitos de fração (razão) e funções reais. Não se trata da dificuldade de ensinar esses tópicos fundamentais da matemática escolar, mas sim, dele, o professor, não ter se apropriado do próprio conhecimento matemático em questão. Os conceitos destacados aqui são fundamentais na estrutura da Matemática como ciência e como elemento disciplinar na estrutura curricular do ensino básico. Funções e frações (razões) são conceitos que certamente farão parte de qualquer itinerário formativo, por mais básico que seja. Uma questão que não quer calar é: de que valeu os cursos de Cálculo, Álgebra e Análise que esses professores tiveram na graduação? Ao que parece, o fenômeno da dupla descontinuidade continua presente na formação inicial e sequer tem sido superada com as últimas reformas curriculares implementadas. E é sobre esse ponto que queremos discutir na próxima seção.

DAS DIRETRIZES CURRICULARES INICIAIS DO SÉCULO XXI À BNC-FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Fragilidades na formação matemática do professor da educação básica, similares às que foram listadas na seção anterior, são divulgadas com frequência na literatura acadêmica. Mas será que podemos afirmar que nada mudou nos cursos de licenciatura em Matemática nas últimas décadas? De certo que não.

A partir da década de noventa do século passado, surgem alguns documentos oficiais que vão provocar algumas mudanças nas políticas públicas de formação inicial de professores para a educação básica em sentido amplo. Na verdade, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 1996) é, sem dúvida, o grande marco inicial dessas transformações. E, dentre as prescrições da LDB, aquela que terá maior impacto nas reformas das licenciaturas são, segundo Melo (2016), as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (Brasil, 2001a).

Nesse documento está presente um apelo "para que as mudanças não sejam superficiais e o reconhecimento de que é necessária uma revisão profunda de aspectos essenciais da formação de professores" da educação básica (Brasil, 2001a). Em caráter complementar, a Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação pública no mesmo ano o Parecer nº 1.302, que traz orientações comuns e específicas para os cursos de licenciatura e bacharelado em Matemática:

> Os currículos dos cursos de Bacharelado/Licenciatura em Matemática devem ser elaborados de maneira a desenvolver as seguintes competências e habilidades. a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão; b) capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares; c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas. d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento g) conhecimento de questões contemporâneas h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social i) participar de programas de formação continuada j) realizar estudos de pós-graduação k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber (Brasil, 2001b).

Para Melo (2016), essa discussão, contudo, "parece não ter chegado aos institutos, centros e departamentos de matemática". O pesquisador, citando os relatórios do I e do II Fórum de Licenciaturas em Matemática – o primeiro realizado na PUC-SP em 2002 e o segundo, na Unicamp em 2007 –, destaca pontos desses documentos que revelam a ausência de efetivação das diretrizes no âmbito da formação do professor de matemática. Segundo Melo (2016), "as características esperadas" para ambos os cursos, de certo modo, enfraquecem os conteúdos a serem estudados no curso de licenciatura:

> O perfil dos formandos e as características esperadas para os cursos de bacharelado e licenciatura apontados neste parecer são bastante semelhantes, com leve enfraquecimento dos conteúdos a serem estudados nos cursos de licenciatura. Além disso, a licenciatura é tratada como apêndice do bacharelado, como mostram as orientações dadas para a construção do currículo presente no documento (Melo, 2016).

Por outro lado, gostaríamos de destacar outro trecho do documento que poderia ser mais explorado por aqueles que querem distinguir a formação matemática dos licenciandos e bacharéis. Nas páginas 5 e 6, são apresentadas duas listas de conteúdos, uma para os cursos de bacharelado e outra para os cursos de licenciatura em Matemática. Apenas as áreas de Cálculo Diferencial e Integral e Álgebra Linear aparecem em ambas. São observadas, contudo, algumas diferenças sutis nos enunciados de alguns conteúdos. Enquanto para o bacharelado fala-se em ·Análise Matemática, Álgebra e Geometria Diferencial, para a licenciatura, faz-se referência a Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra e Fundamentos de Geometria. É verdade que o documento não explicita o que se quer dizer com Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra e Fundamentos de Geometria. Contudo, o que mais surpreende é que por mais de duas décadas não se tenha discutido nos Seminários e Fóruns de Licenciatura em Matemática sobre o significado da expressão "Fundamentos de ...". E, ao passo que isso não acontece, o que vigora (e tem vigorado) em muitos cursos de licenciatura, principalmente em instituições em que os dois cursos de graduação estão presentes, é a existência de disciplinas padrões de Análise e Álgebra orientadas para a formação do bacharel. Voltaremos a essa discussão mais adiante neste artigo, por ora continuemos nossa revisão dos marcos legais que contribuíram até a presente data para as reformas curriculares dos cursos de licenciaturas.

Segue-se a essas últimas a Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de 2002, que institui novas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena (Brasil 2002a) e a Resolução CNE/CP nº 2, de 19 de fevereiro de 2002, que estabeleceu a carga horária mínima de 2.800 horas a ser adotada nos cursos de licenciatura, incluindo nessas 2.800 horas a exigência de 400 horas para prática de ensino, 400 horas para o estágio supervisionado e 200 horas para outras atividades científico-culturais (Brasil, 2002b). As orientações que constam dessas resoluções são generalistas e destinadas a todas as licenciaturas. Contudo, esses documentos abrem um espaço de discussão interessante sobre dois pontos que até então eram considerados como o mesmo elemento na formação dos professores: estágio supervisionado e prática de ensino.

> Art. 13. Em tempo e espaço curricular específico, a coordenação da dimensão prática transcenderá o estágio e terá como finalidade promover a articulação das diferentes práticas, numa perspectiva interdisciplinar.
>
> § 1º A prática será desenvolvida com ênfase nos procedimentos de observação e reflexão, visando à atuação em situações contextualizadas, com o registro dessas observações realizadas e a resolução de situações-problema.
>
> § 2º A presença da prática profissional na formação do professor, que não prescinde da observação e ação direta, poderá ser enriquecida com tecnologias da informação, incluídos o computador e o vídeo, narrativas orais e escritas de professores, produções de alunos, situações simuladoras e estudo de casos.
>
> § 3º O estágio curricular supervisionado, definido por lei, a ser realizado em escola de educação básica, e respeitado o regime de colaboração entre os sistemas de ensino, deve ser desenvolvido a partir do início da segunda metade do curso e ser avaliado conjuntamente pela escola formadora e a escola campo de estágio (Brasil, 2002b).

Primeiro, o documento afirma que o estágio supervisionado, agora em destaque, deverá ter suas 400h realizadas em escola de educação básica e que as 400 horas de "prática de ensino" deverá ocorrer em tempo e espaço curricular específico e "transcenderá o estágio", tendo "como finalidade promover a articulação das diferentes práticas, numa perspectiva interdisciplinar". Isso, no caso específico das licenciaturas em Matemática, abriu espaço em suas grades curriculares para a inserção das disciplinas ditas "integradoras" que, em sua grande maioria, comportavam algumas contribuições das pesquisas em Educação Matemática em suas ementas.

Em 2015, o CNE publica a Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a Formação Continuada (Brasil, 2015). Este documento de caráter mais amplo que as anteriores, aprofunda algumas questões com relação à prática como componente curricular (antes denominadas práticas de ensino) e às atividades teórico-práticas de aprofundamento em áreas específicas (antes denominadas atividades científico-culturais). A distribuição da carga horária, agora de 3200 horas no mínimo, encontra-se definida em quatro itens do primeiro parágrafo do artigo 13:

> Art. 13. Os cursos de formação inicial de professores para a educação básica em nível superior, em cursos de licenciatura, organizados em áreas especializadas, por componente curricular ou por campo de conhecimento e/ou interdisciplinar, considerando-se a complexidade e multirreferencialidade dos estudos que os englobam, bem como a formação para o exercício integrado e indissociável da docência na educação básica, incluindo o ensino e a gestão educacional, e dos processos educativos escolares e não escolares, da produção e difusão do conhecimento científico, tecnológico e educacional, estruturam-se por meio da garantia de base comum nacional das orientações curriculares.
>
> § 1º Os cursos de que trata o caput terão, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas de efetivo trabalho acadêmico, em cursos com duração de, no mínimo, 8 (oito) semestres ou 4 (quatro) anos, compreendendo:
>
> I - 400 (quatrocentas) horas de prática como componente curricular, distribuídas ao longo do processo formativo;
>
> II - 400 (quatrocentas) horas dedicadas ao estágio supervisionado, na área de formação e atuação na educação básica, contemplando também outras áreas específicas, se for o caso, conforme o projeto de curso da instituição;
>
> III - pelo menos 2.200 (duas mil e duzentas) horas dedicadas às atividades formativas estruturadas pelos núcleos definidos nos incisos I e II do artigo 12 desta Resolução, conforme o projeto de curso da instituição;
>
> IV - 200 (duzentas) horas de atividades teórico-práticas de aprofundamento em áreas específicas de interesse dos estudantes, conforme núcleo definido no inciso III do artigo 12 desta Resolução, por meio da iniciação científica, da iniciação à docência, da extensão e da monitoria, entre outras, consoante o projeto de curso da instituição (Brasil, 2015).

Menos de cinco anos depois, o CNE publica um novo documento, a Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019, conhecida como BNC-Formação, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica. Muito direcionado para um treinamento do futuro professor nas unidades temáticas e nos objetos de conhecimento da BNCC, a

BNC-Formação de professores da educação básica propõe uma nova reorganização curricular para os cursos de licenciatura que reduziu de forma substancial a carga horária destinada à aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas. Essa nova conFiguração proposta para os cursos de licenciaturas é apresentada no artigo 10 do documento:

> Art. 10. Todos os cursos em nível superior de licenciatura, destinados à Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, serão organizados em três grupos, com carga horária total de, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas, e devem considerar o desenvolvimento das competências profissionais explicitadas na BNC-Formação, instituída nos termos do Capítulo I desta Resolução.
>
> Art. 11. A referida carga horária dos cursos de licenciatura deve ter a seguinte distribuição:
>
> I - Grupo I: 800 (oitocentas) horas, para a base comum que compreende os conhecimentos científicos, educacionais e pedagógicos e fundamentam a educação e suas articulações com os sistemas, as escolas e as práticas educacionais.
>
> II - Grupo II: 1.600 (mil e seiscentas) horas, para a aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas, componentes, unidades temáticas e objetos de conhecimento da BNCC, e para o domínio pedagógico desses conteúdos.
>
> III - Grupo III: 800 (oitocentas) horas, prática pedagógica, assim distribuídas:
>
> a) 400 (quatrocentas) horas para o estágio supervisionado, em situação real de trabalho em escola, segundo o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) da instituição formadora; e
>
> b) 400 (quatrocentas) horas para a prática dos componentes curriculares dos Grupos I e II, distribuídas ao longo do curso, desde o seu início, segundo o PPC da instituição formadora (Brasil, 2019).

Com prazo para implementação de dois anos após sua publicação, esta resolução sofre bastante resistência no mundo acadêmico. Esta reforma preconiza um empobrecimento da formação do professor no conhecimento específico de sua disciplina, compartilhando parte desta formação a um treinamento em competências e habilidades da BNCC da educação básica de sua área de atuação. Se ela vier a ser implementada, quais seriam então os destinos dos cursos de licenciatura em nosso país? No caso específico da licenciatura em Matemática, como ficaria a formação matemática dos professores de matemática? Antes subordinada à formação do bacharel, esta formação pode ficar, com a nova resolução, subjugada a um treinamento do licenciando às unidades temáticas e objetos de conhecimento da BNCC.

CONSIDERAÇÕES FINAIS: PARA ONDE VAMOS?

A partir da revisão de literatura realizada neste artigo, pode-se perceber que o fenômeno da dupla descontinuidade na formação inicial do professor de matemática da educação básica, citado por Klein (2009) no século passado, tem se perpetuado até os dias atuais. Ao nosso modo de ver, o principal obstáculo (mas não o único) se localiza mais fortemente na formação matemática acadêmica desse professor.

Se por um lado, esta formação matemática não tem dialogado com a matemática escolar e a futura prática docente desse profissional, por outro, podemos observar (conforme revelado pelas próprias pesquisas destacadas na terceira seção deste artigo) algumas dificuldades na compreensão de conceitos matemáticos fundamentais da matemática escolar pelos professores da educação básica.

É inegável a contribuição das pesquisas da área de Educação Matemática para formação inicial (e continuada) dos nossos professores de matemática da educação básica. Contudo, a formação matemática acadêmica, em diversos cursos de licenciatura, permanece subjugada à formação matemática do bacharel. Nem mesmo a separação legal e legitimada dos cursos de licenciaturas e bacharelados, proporcionada pelas diversas resoluções implementadas nas últimas décadas, permitiram que a formação matemática acadêmica do professor passasse por mudanças substanciais. Análise Real ou Fundamentos de Análise? Análise para a Licenciatura ou Fundamentos de Análise para a formação do professor de matemática? "O quê" de Análise, "o quê" de Álgebra ou "o quê" de Cálculo, realmente importa para a formação matemática do professor? Não se apropriar dessa discussão é um erro histórico que precisamos corrigir ainda a tempo.

Tal fato, atrelado ao momento atual, tensionado pela BNC-Formação, torna essa discussão ainda mais urgente. Não pretendemos discutir aqui, em detalhes, os elementos desse documento, mas analisar apenas uma das suas possíveis consequências: uma formação generalista, vinculada ao paradigma da racionalidade técnica, e o consequente empobrecimento da formação no conhecimento específico do professor da educação básica. Tal fato, no caso particular das licenciaturas em Matemática tem um agravamento: se até o momento, a formação matemática acadêmica do professor no seu processo de formação inicial era dominante e inadequada, ela, agora, com essa reforma, continuará inadequada e pode se tornar insuficiente e ainda mais limitada. Se essa formação até então não estava articulada com a futura prática e o perfil do profissional, ela, com essa visão tecnicista presente na reforma, estará fortemente voltada para um treinamento no manejo das competências e habilidades preconizadas na BNCC. O futuro muito mais parece um retrocesso no tempo e nas discussões que já foram realizadas sobre formação de professores da educação básica no âmbito da Educação Matemática. Para onde vamos e o que faremos diante desse cenário nada promissor? Resistir é preciso! Discutir é preciso! Como disse Ball et al. (2008), um professor de matemática da educação básica precisa saber "mais matemática e de forma diferente" – não menos!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ball DL et al. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5): 389-407.

Botelho LML (2005). Funções Polinomiais na Educação Básica: Uma Proposta. UFF-IME, Especialização em Ensino de Matemática (Monografia), Niterói, 58p.

Brasil (1996). Lei nº 9394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Ministério da Educação. Brasília, DF.

Brasil (2001a). Parecer CNP/CP nº. 9/2001, de 8 de maio de 2001. Dispõe sobre as diretrizes curriculares para a formação de professores da educação básica em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Ministério da Educação. Brasília, DF.

Brasil (2001b). Parecer CNE/CES nº. 1.302/2001. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Ministério da Educação. Brasília, DF.

Brasil (2002a). Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de 2002. Institui diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica. Ministério da Educação. Brasília, DF.

Brasil (2002b). Resolução CNP/CP nº 2, de 19 de fevereiro de 2002. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da educação básica em nível superior. Ministério da Educação. Brasília, DF.

Brasil (2015). Resolução CNE/CP nº. 2, de 1º de julho de 2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Ministério da Educação. Brasília, DF.

Brasil (2019). Resolução CNE/CP nº. 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Ministério da Educação. Brasília, DF.

Costa CBJ (2008). O Conhecimento do Professor de Matemática sobre o Conceito de Função. UFRJ-IM. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (Dissertação), Rio de Janeiro, 117p.

Even R (1990). Subject matter knowledge for teaching: the case of functions. Educational Studies in Mathematics. 21: 521-544.

Even R (1998). Factors Involved in linking representations of functions. The Journal of Mathematical Behavior, 17(1): 105-121.

Fiorentini D et al. (2013). O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? Bolema, Rio Claro, 27(47): 917-938.

Hitt F (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. Journal of Mathematical Behavior, 17(1): 123-134.

Klein F (2009). Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática. 116p.

Lima EL et al. (2001). Matemática do Ensino Médio. Coleção do Professor de Matemática. Volume 1. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 237p.

Melo JR (2016). Percursos de formação de professores de matemática. Rio Branco: EDUFAC. 186p.

Mishra P et al. (2008). Introducing technological pedagogical content knowledge. In: Annual Meeting of the American Educational Research Association: 1-16.

Oliveira ATCC et al. (2018). O papel e o lugar da didática específica na formação inicial do professor de matemática. Revista Brasileira de Educação, 23: 1-17.

Rossini R (2006). Saberes Docentes sobre o tema Função: uma Investigação das Praxeologias PUC, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. (Tese). São Paulo, 384p.

Shulman L (1986). Those Who Understand: knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher, 15(2): 4-14.

Shulman L (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1): 1-22.

Thees AV (2009). Um estudo de caso do conhecimento do professor de matemática da educação básica sobre o comportamento variacional das funções afim e quadrática. UFF-IME, Especialização em Ensino de Matemática (Monografia), Niterói, 102p.

Wu H (2011). The Mis-Education of Mathematics Teachers. Notices of the AMS, American Mathematical Society, 58(3): 372-384. Disponível em: <http://www.ams.org/notices/201103/rtx110300372p.pdf>. Acesso em: 23/08/19.

Zuffi EM (1999). O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio – por uma aprendizagem de significados. Faculdade de Educação, USP. Programa de Pós-Graduação em Didática - Ensino de Ciências e Matemática (Tese), São Paulo, 307p.

O exercício do Raciocínio Combinatório nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e o Letramento Combinatório

10.46420/9786581460273cap3

Paulo Jorge Magalhães Teixeira[1*]

INTRODUÇÃO

De modo a deixar o leitor a par das ideias consonantes com o ensino de Análise Combinatória (ou Combinatória) que serão exploradas ao longo do texto, será preciso conceituar e definir alguns termos. Inicialmente, será preciso conceituar o que vem a ser "possibilidade". Para tal, recorremos ao significado que se coaduna inteiramente com o presente contexto, ou seja, à possibilidade como "condição de possível". Este significado é um dos dois que estão presentes em Borba (2011). O autor da obra exemplifica o significado da palavra possibilidade com a seguinte citação: *"O velho está apreensivo, pensando na possibilidade de uma pneumonia"*. Assim, possibilidade significa "tudo que pode vir a acontecer"; "tudo o que pode ser"; "tudo o que se pode vir a praticar" etc. Possibilitar é "tornar possível". As possibilidades podem ser (ou estar) listadas por meio de uma representação básica: a enumeração (lista, rol, listagem). Assim, todas as vezes em que algo seja possível ocorrer; que possa vir a acontecer; que pode ser; que se possa praticar ou fazer, ou que se possa decidir (se possa tomar uma decisão), estamos diante de uma possibilidade. As possibilidades fazem parte de um conjunto denominado Coleção - independentemente do contexto em que elas se apresentem. Cada possibilidade presente em uma coleção é um elemento sobre o qual uma decisão (condição) é possível seja tomada (ser realizável). Em certos contextos, podemos entender possibilidades como situações em condições de acontecer. Por exemplo, quando se toma uma moeda e a jogamos ao chão a face voltada para cima pode mostrar uma descrição denominada cara (ca) ou uma descrição denominada coroa (co). Cara e coroa são possibilidades, ou seja, situações de face de uma moeda que têm condições de acontecer (ocorrer) quando a moeda é lançada ao chão.

No que refere à palavra "combinatória", é o nominativo feminino e o acusativo plural, neutro, do adjetivo "combinationum", derivado do verbo combinar, do latim cõ.bi.nar, que significa compor, agrupar, ajuntar, relativamente à ação de fazer *a* "combinação" (do latim kõ.bi.ne.sew) entre possibilidades (objetos de coleções). Ou seja, a palavra combinatória está relacionada com a atividade

[1] UFF – Universidade Federal Fluminense – Instituto de Matemática e Estatística
[*] Autor correspondente: paulojorge@id.uff.br

instrutiva de uma ação. Sendo assim, se pode definir Combinatória como a arte do fazer combinar. Portanto, combinar parece ser o elemento chave que identifica o conteúdo da Combinatória. Mais adiante, vamos constatar que a arte do fazer combinar basicamente aponta para dois caminhos: o combinar ordenadamente (de modo ordenado) ou o combinar por meio de escolha (s) (fazendo uma ou mais escolhas). Portanto, Combinatória é a parte da Matemática que lida com elementos (objetos) discretos pertencentes a coleções de possibilidades que combinam entre si de diferentes maneiras (de modo a satisfazer certas condições estabelecidas nos enunciados dos problemas), e sobre as quais há o interesse em conhecê-las e/ou contá-las por meio de diferentes técnicas de contagem – contagens distintas do modo natural de contar: de uma em uma. Segundo Morgado et al. (1991), " ... a Análise Combinatória é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas".

Um dos propósitos deste estudo foi o de confrontar as sugestões de habilidades presentes na BNCC – Base Nacional Comum Curricular, em Brasil (2018), com os conhecimentos de Combinatória necessários cumular pelo professor para ser considerado letrado combinatoriamente, ou seja, ser um letrado em análise combinatória. A pesquisa objeto deste estudo objetivou responder a seguinte questão principal: "Quais conhecimentos são necessários aos alunos do Ensino Básico e aos professores que ensinam Matemática neste segmento de ensino para desenvolver, explorar e resolver problemas de contagem, com o propósito de pavimentar o caminho que os capacitem chegar ao letramento combinatório?".

Em relação ao desenvolvimento profissional dos professores, o objetivo central do estudo pautou-se em compreender em que medida os conhecimentos relativos ao exercício da docência: conhecimentos de conteúdo; conhecimentos pedagógicos de conteúdo e conhecimentos curriculares, segundo Shulman (1986), contribuem para atingir esse objetivo. Elencamos três perguntas específicas, cujas respostas têm o propósito de contribuir para fundamentar respostas à questão principal, a saber: "As sugestões apresentadas na BNCC – Base Nacional Comum Curricular, em Brasil (2018), relativamente às duas habilidades indicadas para serem desenvolvidas com os alunos do 4º e do 5º Ano do Ensino Fundamental para o ensino aprendizagem de Combinatória estão redigidas a contento e de maneira clara?"; "As habilidades indicadas na BNCC para serem desenvolvidas com os alunos do 4º e do 5º Ano do Ensino Fundamental permitem ao professor de matemática fazer escolhas adequadas em relação a atividades, de maneira a atender àquelas sugestões?"; "As habilidades indicadas na BNCC para serem desenvolvidas com os alunos do 4º e do 5º Ano do Ensino Fundamental são suficientes para capacitar os alunos destes anos, para resolverem problemas simples de contagem?".

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Programas relacionados com a formação inicial ou continuada e a atuação profissional de professores comprometidos com a prática docente de sala de aula, independente da realidade escolar em que o professor atua, não podem prescindir de tomar como referências básicas para fundamentar suas propostas de formação docente as abordagens de Lee S. Shulman (1986, 1987), as quais discutem os conhecimentos necessários à referida formação. Em particular, propostas para os professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Como o cerne da questão - objeto deste estudo - são reflexões acerca do desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática e do conhecimento profissional docente, de início remete-se à década de 80, onde poucos estudos buscavam investigações acerca da formação de professores e, para tal, apoiamo-nos nos estudos desenvolvidos por Shulman (1986). Para Shulman (1986), existem 3 (três) categorias de conhecimentos que devem ser considerados como necessários para o professor desenvolver a profissão docente: "o conhecimento da docência" (conhecimentos profundos do próprio sujeito acerca do conteúdo especializado que deve ensinar, e relativos ao conjunto de conceitos e procedimentos específicos da disciplina, que, por sua vez, constituem objetos da cultura geral e guardam estreita relação com os saberes da ciência de onde a disciplina se origina); "o conhecimento pedagógico do conteúdo" (a importância desse conhecimento para o que chama de ensino bem sucedido, pois se trata do conhecimento da disciplina que está voltado para o ensino e dos aspectos de conteúdo e as estratégias de abordagem mais adequadas para o desenvolvimento de um determinado conteúdo em sala de aula); "o conhecimento curricular" (processo pelo qual tais conhecimentos são aprendidos ao longo de processos formativos e do exercício profissional: a base de conhecimento para o ensino e o processo de raciocínio pedagógico provenientes do conhecimento de diferentes programas para o ensino de temas ou tópicos em determinado nível e período).

Valemo-nos de resultados de pesquisas desenvolvidas por Vergnaud (1991), criador da Teoria dos Campos Conceituais, a qual leva em conta uma série de fatores que têm influência no desenvolvimento de um conceito, quando se procura identificar características formativas. Segundo Vergnaud (1991), o estudo para o desenvolvimento de determinado campo conceitual - conjunto de situações que têm estreitas relações entre si - exige do pesquisador a visão segundo a qual um conceito é compreendido e desenvolvido por um sujeito quando em um contexto amplo ele se confronta com a resolução de diversificados problemas. Segundo Vergnaud (1996), a efetiva compreensão de um conceito se dá a partir da compreensão dos elementos presentes na tríade (S, I, R), onde: S é um conjunto de diferentes situações, as quais permitem ao conceito tornar-se significativo para ser explorado, ou seja, o conhecimento dos diferentes significados dos conceitos; I é um conjunto de invariantes (objetos, relações entre si e propriedades operatórias que os relacionam entre si), os quais podem ser identificados e utilizados pelo sujeito de modo que ele tenha condições de analisar e compreender as situações envolvidas em um dado contexto, e R é um conjunto de diferentes representações, as quais podem ser usadas pelo sujeito para fazer emergir e representar os invariantes da situação e, por meio de uma representação, tornar possível sejam representadas as situações e os mecanismos necessários para a utilização desses invariantes.

No que refere ao ensino aprendizagem da análise combinatória na Educação Básica, os problemas de contagem fazem parte do campo conceitual multiplicativo. Neste campo conceitual, um trabalho conjunto de problemas que exploram a multiplicação e a divisão e as estreitas conexões entre as situações que os envolvem são parte constitutiva de um campo mais amplo de significados. Segundo os autores dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, em Brasil (1997), situações relacionadas com as operações de multiplicação e divisão estão presentes em quatro grupos de problemas: "multiplicação comparativa; ideia de proporcionalidade; conFiguração retangular e ideia de combinatória". Dentre os significados dessas duas operações interessa-nos os que fazem parte de situações associadas com a ideia combinatória: respectivamente, situações como estas: Ana tem quatro saias, nas cores branca, rosa e preta e três blusas, nas cores amarela, lilás e azul. Fazendo uso de uma saia e uma blusa, de quantas maneiras Ana pode se vestir?; Um total de 15 casais distintos participaram de danças, em uma festa. Se todas as 3 moças e os rapazes presentes participaram das danças, quantos rapazes dançaram? Por conta de tais considerações, se pode considerar que as experiências formativas relacionadas com os problemas de contagem permitem que um sujeito tenha a oportunidade de interagir com os diferentes significados das duas operações. Igualmente, leva-o a reconhecer que uma particular situação (conceito) pode estar associada com diferentes tipos de problemas (invariante), bem como que um mesmo problema pode ter sua resolução encaminhada por meio de diferentes representações (estratégia, encaminhamento, apresentação gráfica ou numérica, via o uso de uma ou mais operações). O trabalho com problemas de contagem mostra-se, portanto, significativo, por conta de o conhecimento conceitual emergir a partir da resolução de uma ampla variedade de problemas, por meio do uso de material manipulável ou pela construção de uma representação numérica ou de uma representação gráfica (um diagrama de árvore, por exemplo).

CONHECIMENTOS DO CONTEÚDO ANÁLISE COMBINATÓRIA

Análise Combinatória (ou Combinatória) é a parte da Matemática que se ocupa em desenvolver e analisar modelos (estruturas matemáticas) que têm o propósito de estabelecer técnicas de contagem para computar "possibilidades" que ocorrem (acontecem) por meio de relações discretas entre pessoas, números, cores, brinquedos, objetos etc. Um dos tipos de problemas é ensinado nos anos iniciais do ensino fundamental, quando se faz (ou se provoca fazer) "combinações" entre elementos pertencentes a duas ou mais coleções. Há mais alguns poucos tipos de problemas que também são explorados na educação básica, por meio de uma extensa e variável gama de problemas de contagem. Em relação aos problemas de contagem que são explorados nos anos iniciais do ensino fundamental, é preciso que se tome pelo menos duas coleções finitas: A e B, não vazias (com objetos distintos, ou não), de modo a fazer (ou provocar) "combinações" entre os elementos destas. As "combinações" entre os elementos das coleções A e B podem ser efetivadas assim: "combinar" todos os elementos da coleção A com todos os elementos da coleção B; ou "combinar" todos os elementos da coleção A com parte dos elementos da coleção B; ou "combinar" parte dos elementos da coleção A com parte dos elementos da coleção B. O mesmo se aplica quando há mais de duas coleções a considerar.

Por agrupamento-solução define-se a "combinação entre dois objetos, um de cada coleção, ou a combinação de objetos de mais de duas coleções". Para um dado problema de contagem que está sendo resolvido, considera-se um elemento da solução qualitativa, isto é, um agrupamento-solução (uma "combinação" entre objetos) que faz parte da contagem de todas as soluções que atendem ao solicitado no enunciado do problema em questão. Em qualquer das situações de "combinação" de objetos entre coleções não é necessário que se faça a enumeração de todos os elementos que são obtidos a partir das "combinações" para, em seguida, fazer a contagem total dos agrupamentos-solução. Generalizando as ideias, tem-se o seguinte: Há pelo menos duas coleções finitas e não vazias de objetos A e B. O conjunto de todas as "combinações" entre os objetos das coleções A e B entre si - A com **m** elementos e B com **n** elementos - é o Produto Cartesiano $A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ e } b \in B\}$, um conjunto finito que possui um total de **mn** elementos (pares ordenados). A solução qualitativa de um problema de contagem, que toma elementos nas coleções A e B para realizar as possíveis "combinações" entre objetos que satisfazem as condições estabelecidas no enunciado do problema, é um subconjunto finito de A x B. Para alguns poucos diferentes tipos de problemas de contagem, que não inclui o tipo considerado: que se ocupa de contar o número de "combinações" de elementos entre coleções de objetos, há uma enorme variedade e grande número de problemas de contagem que são explorados ao longo de toda a Educação Básica. Tais tipos de problemas ocorrem com boa frequência no cotidiano, e são objeto de estudo durante o desenvolvimento de outros conteúdos que fazem parte da temática análise combinatória básica. Por sua vez, há problemas de contagem que se ocupam de demonstrar que existem subconjuntos de um conjunto finito contendo as soluções para os diferentes tipos de problemas, e quanto ao estabelecimento de técnicas de contagem para a resolução desses outros tipos de problemas. Mas, os seus respectivos modelos se concentram em decidir sobre apenas dois tipos de problemas, a saber: Agrupamentos-solução de objetos em que a troca de ordem entre dois ou mais elementos caracteriza um novo agrupamento-solução (que se diferencia do anterior por conta da ordenação em que tais elementos são considerados e apresentados), e os Grupamentos de objetos, em que a ordem entre os elementos que constituem um grupamento (um conjunto) não seja a característica capaz de identificar grupamentos distintos entre si mas acerca da identificação dos elementos constitutivos desses grupamentos - independente da ordem em que tais elementos sejam apresentados em cada grupamento.

O que se espera de um professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é que ele reúna competências associadas com os conhecimentos de conteúdo e com os conhecimentos pedagógicos de conteúdo (segundo Shulman (1986)) para comunicar ou discutir a sua compreensão diante da resolução de um problema apresentada por um aluno ou que faça parte de um livro didático (ou não), fazendo considerações acerca da aceitação ou não da solução em relação à sua correção e coerência com os princípios norteadores da temática.

SUGESTÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL PRESENTES NA BNCC

Segundo a Base Nacional Curricular Comum – BNCC, Brasil (2018), para o 4º ano do Ensino Fundamental o objeto de conhecimentos são os problemas de contagem e a habilidade requerida é a seguinte: (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, utilizando estratégias e forma de registro pessoais. Para o 5º ano do Ensino Fundamental o objeto de conhecimentos são os problemas de contagem do tipo: Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados? A habilidade requerida é a seguinte: (EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

ANÁLISE DAS SUGESTÕES PRESENTES NA BNCC PARA O ENSINO DE COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Segundo a única sugestão de uma habilidade para ser desenvolvida durante todo o 4º Ano do Ensino Fundamental, presente na BNCC e relacionada com o ensino de combinatória, o professor precisa explorar a Resolução de Problemas Simples de Contagem com os alunos utilizando-se de estratégias e formas de registros pessoais e o manuseio de material manipulável. Sim, é dever do professor cuidar para que a seleção dos problemas que vai propor aos alunos se dê com cuidado e adequando-os ao necessário amadurecimento cognitivo, pois ninguém conhece melhor os alunos que ele. De início, podem ser propostos dois problemas, como os que são sugeridos a seguir, sem fazer uso de material manipulável de modo a conhecer como aos alunos apresentam suas soluções segundo os registros pessoais. Problema 1: Bia possui lápis de cera nas cores vermelho, verde e amarelo para pintar as duas listras horizontais de bandeiras. Mostre todas as maneiras como essas cores podem ser usadas para pintar as duas listras de todas as possíveis bandeiras. Problema 2: Ana possui saias nas cores branca, vermelha, violeta e preta, e blusas de cores rosa, laranja e cinza. Quando Ana vai sair, ela escolhe um único conjunto saia-blusa para vestir, mas nunca usa saia e blusa de cores escuras para formar um mesmo conjunto. Quais conjuntos cor da saia-cor da blusa são possíveis formar respeitando as possíveis escolhas de Ana, de modo que ela possa escolher um conjunto saia-blusa para sair?

Em seguida, os mesmos problemas podem ser propostos aos mesmos alunos mas, agora, com o professor disponibilizando material manipulável para o uso em sala de aula.

O problema 1 é exemplo de uma situação em que há 3 possibilidades de cores em giz de cera para fazer as pinturas das listras de bandeiras com duas listras. As três cores pertencem a uma mesma coleção A, e todas as possibilidades de pinturas das bandeiras com duas listras são determinadas pelas combinações das cores desta coleção A entre si. O professor pode disponibilizar giz de cera nas cores indicadas e uma folha de papel, como mostra a Figura 1, a seguir, a qual contém os desenhos de 14 bandeiras com duas listras, e pedir que eles usem as bandeiras desenhadas para mostrar como podem ser pintadas todas as possíveis bandeiras que atendem à solução do problema. Esta proposta de problema permite ao professor identificar se o aluno adota um padrão sequencial pessoal para fazer as pinturas ou se elas são feitas ao acaso.

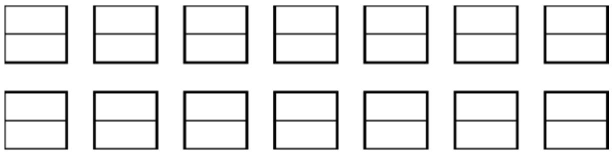

Figura 1. Desenho de 14 bandeiras com duas listras em cada. Fonte: o autor.

O problema 2 é exemplo de uma situação em que há 4 possibilidades de cores de saias. Para fazer cada combinação com uma das 3 possibilidades de cores de blusas, será preciso levar em conta a restrição de Ana quanto ao uso de um conjunto saia-blusa (ou blusa-saia). As cores das saias são os elementos da Coleção A: branca e vermelho (claras), violeta e preta (escuras); e as cores das blusas são os elementos da Coleção B: rosa e laranja (claras) e cinza (escura).

O material manipulável mostrado na Figura 2 à esquerda, abaixo, formado por dois copinhos de plástico, uma "bailarina" (peça metálica para fixar os dois copinhos entre si) e desenhos de saias e de blusas segundo as respectivas cores nas coleções A e B, pode ser utilizado para enumerar todas as possibilidades que atendem à solução do problema. Um conjunto saia-blusa possível formar pode ser enumerado assim: {saia branca-blusa rosa}. Cada conjunto saia-blusa é dito um agrupamento-solução para o problema.

Figura 2. Copinhos plásticos para determinar os agrupamentos-solução. Fonte: o autor.

Pesquisas salientam que a exploração de atividades didáticas que envolvem o manuseio de material manipulável no ensino da Matemática - inclusive, durante a proposição de jogos -, permite que o aluno desenvolva habilidades cognitivas com interesse e desenvoltura, enquanto sujeito protagonista de sua própria aprendizagem. É importante salientar que a sugestão que é objeto da habilidade presente na BNCC não orienta o professor quanto à importância de os alunos conhecerem as possibilidades em cada um dos diferentes contextos dos problemas de modo que eles estejam em condições de resolver problemas simples de contagem, combinando possibilidades de duas ou mais coleções entre si tal como foi mostrado nos dois exemplos acima.

Outros exemplos de situações em que há 2 coleções de possibilidades para ocorrer (acontecer, escolher, decidir), por meio do uso de dois copinhos plásticos, podem ser propostos pelo professor. Ou então, ele pedir que os alunos elaborem problemas simples de contagem e os resolvam. Inclusive, tem-se conhecimento de professores dos anos iniciais que durante esses momentos propõem aos seus alunos que elaborem e resolvam problemas simples de contagem. Alguns exemplos de combinações entre elementos de duas coleções cujos elementos são possibilidades que podem combinar entre si: As faces de uma moeda; As faces de uma cédula; Os gêneros de dois filhos que vão nascer; Os modos de pintar as duas listras de uma bandeira, dispondo de quatro cores; As situações de duas lâmpadas: estarem acesas ou estarem apagadas.

Exemplos de combinações entre elementos de três coleções, cujos elementos são possibilidades que podem combinar entre si (uma possibilidade de cada coleção A, B e C por vez): Coleção A - Cores de saias: branca, vermelho, azul, preta; Coleção B - Cores de blusas: rosa, laranja, verde, violeta; Coleção C - Tipo de calçado: sapatos, sandálias, tênis, chinelos. O material manipulável, mostrado na Figura 2 acima, ao centro e à direita, pode ser utilizado para enumerar todas as possibilidades como Ana pode se vestir fazendo uso de apenas uma peça por vez ao escolher uma saia (Coleção A), uma blusa (Coleção B) e um calçado (Coleção C), formando um conjunto saia-blusa-calçado que obedece à seguinte restrição: só usar sandálias e chinelos quando a cor da saia e a cor da blusa forem cores claras. Problemas como os apresentados acima não estão contemplados na habilidade descrita na BNCC, embora sejam problema de contagem simples tal qual um problema em que não seja feita qualquer restrição. As soluções intuitivas para os problemas de contagem devem ser incentivadas pelo professor, pois elas agregam valor a futuros raciocínios lógico-dedutivos e a processos de generalização. As soluções intuitivas que sejam apresentadas por um ou mais alunos devem continuar sendo incentivadas pelo professor, até o momento em que o aluno considere oportuno haver necessidade de fazer uso de uma outra representação para encaminhar a resolução para um particular problema. Para tal, o professor deve acompanhar de perto como o aluno pensa a respeito e deve intervir apenas se considerar necessário. O professor não deve tolher a intuição do aluno. Ademais, deve verificar se o uso de dados do enunciado do problema e uma ou mais operações aritméticas que tenham sido utilizadas pelo aluno não foram usadas ao acaso, sem critério, de maneira a obter uma resposta quantitativa para o problema. Daí porque, de início, a nossa recomendação é no sentido de que as perguntas que sejam feitas nos enunciados dos problemas demandam respostas qualitativas. Para resolver um problema de contagem, tanto as reflexões pessoais e coletivas quanto a comunicação acerca de um resultado obtido precisam ser feitas de maneira cuidadosa e coerente. Para tal, é muito importante a atenção do professor para essas questões. Em um momento oportuno da aprendizagem, o aluno irá sentir necessidade de conhecer uma outra maneira para resolver um particular problema: construir uma representação gráfica (posteriormente uma representação numérica) que atenda à sua particular necessidade para encaminhar a resolução de um problema de contagem. Se tal acontecer com um aluno, bem antes que os demais colegas, uma atenção especial do professor deve ser dada a esse aluno de modo a incentivá-lo a prosseguir. Salientamos que a habilidade sugerida pelos autores da BNCC identifica os tipos de problemas simples de contagem que devem ser propostos como os problemas em que cada elemento de uma coleção combina com todos os elementos de outra coleção. Por essa descrição ficam de fora os problemas em que alguns elementos de uma coleção combinam com parte dos elementos da outra coleção, e outros elementos combinam com todos ou com outra parte dos elementos da outra coleção, por exemplo. Sendo assim, o universo dos problemas que podem ser explorados fica limitado. Portanto, não permite aos alunos uma ampliação conceitual, a qual é desejável e necessária. Essa questão responde à terceira questão específica que foi apresentada na introdução.

RACIOCÍNIO (PENSAMENTO) COMBINATÓRIO

O Raciocínio (Pensamento) Combinatório é exercitado pelo sujeito (exigido do sujeito), por exemplo, quando há necessidade de combinar elementos (todos ou parte) de uma coleção com elementos de outra coleção. Ou seja, o raciocínio combinatório resulta do exercício da combinação entre elementos de uma coleção e de outra.

Assim, para exercitar o raciocínio combinatório, nesses casos, será preciso dispor de ao menos 2 coleções - mesmo que estas coleções tenham os mesmos objetos (seja a mesma coleção).

O raciocínio combinatório se caracteriza pela mobilização de estratégias mentais que estão associadas às tomadas de decisão, principalmente, em cada uma das etapas do ciclo construtivo de uma representação gráfica (um diagrama de árvore, por exemplo) ou no estabelecimento de uma representação numérica (geralmente, multiplicativa ou multiplicativa e aditiva), a qual dará conta de apresentar a solução (qualitativa ou quantitativa) para o problema de contagem. Segundo Teixeira (2021):

> O raciocínio combinatório faz parte do universo cognitivo e simbólico da mente humana e da matemática. Seu cultivo é uma arte tanto quanto o bem falar. Assim, o raciocínio combinatório é parte da linguagem do pensamento e das combinações de diferentes "objetos" constituintes do enunciado de um problema de contagem: letras, algarismos, cores, objetos etc. (Teixeira, 2021).

É no raciocínio combinatório que germinam conjecturas que se transformam em tomadas de decisão, possibilidades, ações e combinações entre objetos - vitais na construção de representações gráficas e nas representações numéricas.

É com o raciocínio combinatório que se elabora a estratégia de resolução de um problema de contagem, os procedimentos a serem seguidos e se dá a apropriação de um conceito combinatório.

É por meio da experiência do raciocínio combinatório que as pessoas compreendem melhor os enunciados dos problemas de contagem, se envolvem e participam na formação dos tipos de agrupamentos-solução de objetos, na inteireza da análise combinatória.

O sujeito, mergulhado em breves momentos de reflexão e raciocínio experimenta a ação vigorosa e objetiva do pensar, abre a mente, se coloca na posição da pessoa que vai executar a ação e se pergunta de quantos modos pode executá-la para, em seguida, fazer o registro desse valor como um fator multiplicativo em uma representação numérica ou desenha um ou mais "*ramos*", se está construindo um diagrama de árvore.

O raciocínio combinatório, refletido e participativo, é fruto do exercício constante de experiências anteriores e de correlações com as características dos agrupamentos-solução de objetos, por conta dos conceitos que aí estão envolvidos.

É fruto da compreensão de todas as possibilidades para a formação dos agrupamentos-solução de objetos, da incorporação de particularidades gerais dos tipos de agrupamentos e de reflexões acerca da necessidade ou não de repartir as análises encaminhadas na resolução do problema, para considerar a melhor maneira de incorporar todas as possibilidades e efetuar a contagem total (ou as contagens parciais).

O raciocínio combinatório é uma atitude pessoal do ser humano, que inspira a compreensão. Felizmente o raciocínio combinatório é transferível para outras pessoas, e é capaz de contagiar quem o passa a compreendê-lo e dele se apropria.

Resolver um problema de contagem não é um exercício mecânico, burocrático e repetitivo por meio da aplicação de procedimentos similares anteriores, onde são feitas correlações com situações tipo padrão, tais como, por exemplo, quando da resolução de alguns exercícios de equações, em álgebra.

Muito menos a resolução de um exercício de combinatória é resultante de ações próprias que consistem na mera aplicação direta de uma fórmula, por meio da qual uma resposta quantitativa é obtida. Resulta, por vezes, que o sujeito não sabe verificar se a resposta está correta ou não se preocupa em fazê-lo.

Para resolver um problema de contagem é preciso que seja feita uma cuidadosa leitura do enunciado, bem como uma criteriosa análise acerca do (s) tipo (s) de agrupamento (s) de objetos envolvidos, considerando que eles precisam ser combinados entre si (tipo (s) de grupamento (s) de objetos envolvidos, considerando que eles precisam ser escolhidos).

Assim, após essas etapas quem está encaminhando a resolução de um problema de contagem exercita o raciocínio combinatório, e mobiliza a estratégia de resolução que considera conveniente e adequada para cada tipo de problema.

Ao resolver um problema de contagem é conveniente evitar ao máximo a aplicação direta de uma fórmula sem antes ter feito uma análise cuidadosa da situação e contexto, pois o seu uso não garante que todas as possibilidades que devem ser consideradas para atender à solução quantitativa do problema de contagem tenham sido computadas com o seu uso.

Conclui-se, portanto, que o raciocínio combinatório é uma poderosa ferramenta matemática, disponível para a resolução de problemas de contagem e em oposição ao desenfreado uso de uma ou mais fórmulas, mas é preciso que ele seja corretamente compreendido, apropriado e mobilizado.

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DA CONTAGEM

Problema: Se Ana possui blusas nas cores branca, vermelha, amarela, preta e marrom e saias nas cores rosa, laranja, preta e violeta, de quantos modos poderá se vestir usando uma saia e uma blusa, considerando que ela não gosta de se vestir usando saia e blusa de cores escuras?

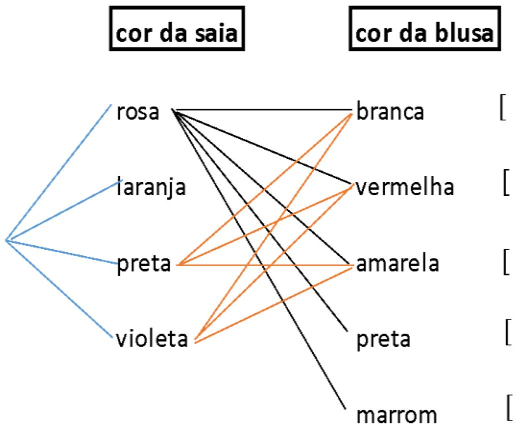

Figura 3. Diagrama de árvore, resolução do problema proposto. Fonte: o autor.

Uma vez que o diagrama de árvore esteja completamente construído (ou construído o bastante para permitir a compreensão, como o da Figura 3), o Princípio Aditivo pode ser aplicado diretamente: (5)+(5)+(3)+(3) = 16 (conjuntos saia-blusa) possibilidades. Por outro lado, há dois momentos distintos a considerar: Em um primeiro momento, quando se escolhe uma saia de cor clara, e em um segundo momento quando se escolhe uma saia de cor escura. Momento 1: Decisão 1: escolher a saia de cor rosa (cor clara). Para a decisão de escolher a saia de cor rosa, há 5 possibilidades para tomar a Decisão 2 (escolher a cor de uma blusa). Para a escolha de uma outra cor clara para a saia: laranja, por exemplo, há igual quantitativo de possibilidades para tomar a Decisão2 (escolher a cor de uma blusa)? Se a resposta for sim, o Princípio Multiplicativo se aplica. Logo, aplicando o Princípio Multiplicativo, tem-se: 2 x 5 = 10 (conjuntos saia-blusa) possibilidades. Essa situação pode ser representada por meio da seguinte proporção: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$. Momento 2: Decisão 1: escolher a saia de cor preta (cor escura). Para a decisão de escolher a saia de cor preta há 3 possibilidades para tomar a Decisão 2 (escolher uma blusa de cor clara). Para a escolha de uma outra cor escura para a saia: violeta, há igual quantitativo de possibilidades para tomar a Decisão2 (escolher a cor de uma blusa de cor clara? Se a resposta for sim, o Princípio

Multiplicativo se aplica. Logo, aplicando o Princípio Multiplicativo, tem-se: 2 x 3 = 6 (conjuntos saia-blusa) possibilidades. Essa situação pode ser representada por meio da seguinte proporção: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. Após os quantitativos dos Momentos 1 e 2 terem sido contabilizados, aplica-se o Princípio Aditivo para obter a totalidade de conjuntos saia-blusa que atendem ao enunciado do problema. Logo, há um total de 10 + 6 = 16 agrupamentos-solução. Formalmente, eis os enunciados dos dois Princípios Fundamentais da Contagem:

Princípio Multiplicativo: Se uma decisão d_1 pode ser tomada de **m** maneiras e uma vez que a decisão d_1 tenha sido tomada, uma decisão d_2 puder ser tomada de **n** maneiras para cada uma das **m** maneiras anteriores, então o número de maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2, uma a seguir da outra, é **m.n**. Este Princípio pode ser generalizado para mais de duas decisões. Este Princípio também é conhecido, na literatura acadêmica, como Princípio da Multiplicação ou o Princípio Fundamental da Contagem – PFC; Princípio Aditivo: Se A e B são conjuntos disjuntos (conjuntos que não têm elemento em comum: $A \cap B = \emptyset$) com x e y elementos, respectivamente, então $A \cup B$ possui x + y elementos. Este Princípio pode ser generalizado para mais que dois conjuntos. No caso de três conjuntos: A, B e C, com x, y e z elementos, respectivamente, desde que os conjuntos sejam dois a dois disjuntos entre si, ou seja: $A \cap {}^{\cap}B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $C \cap B = \emptyset$ e, desde que os três a três conjuntos também sejam disjuntos entre si, isto é: $A \cap B \cap C = \emptyset$, então o conjunto $A \cup B \cup C$ possui x + y + z elementos.

De modo geral, resolver um problema de combinatória consiste em contar ou classificar os elementos de um ou mais subconjuntos de um conjunto finito que atendem a certas particularidades, as quais podem estar claramente descritas no enunciado do problema em questão ou não. Mas também, em alguns problemas da Combinatória, será preciso provar a existência de subconjuntos de um dado conjunto finito que atendem a certas particularidades, as quais podem estar claramente descritas no enunciado do problema em questão ou não. Ao ensinar os conceitos (também a aplicação dos princípios fundamentais da contagem: aditivo e multiplicativo), significados e a construção de representações gráficas e/ou numéricas, em conjunto com procedimentos e estratégias de resolução de um problema, também estamos promovendo o desenvolvimento e o exercício do raciocínio combinatório. Por sua vez, o raciocínio combinatório está fortemente imbricado às tomadas de decisão nos diferentes momentos do ciclo constitutivo que permeia a obtenção de todos os agrupamentos-solução (ou a contagem destes), independentemente da representação que está sendo utilizada: se gráfica ou numérica. Sendo assim, consideramos que o foco do trabalho do professor não pode/deve estar voltado para a necessidade e a imposição com a qual porventura se sinta impelido a trabalhar os conteúdos específicos da Matemática, de modo massificado. Principalmente, quando o livro didático é o único instrumento utilizado pelo professor em sala de aula, como tem sido identificado, com grande intensidade e em diferentes situações, Brasil afora. É preciso incentivar os professores a trabalharem com criticidade na análise do conteúdo presente no livro didático, e em conjunto com os seus pares sintam-se em condições de decidir subtrair, substituir ou não apresentar determinada atividade/situação para os seus alunos, tal qual ela está apresentada na obra. Além do mais, é preciso estimular o professor da Escola Básica para o salutar hábito de desenvolver diferenciados olhares com respeito às inovações que estão presentes no ensino, na aprendizagem e na avaliação, em Matemática e por meio dela. Entre tais olhares, está o de o professor considerar a importância de desenvolver competências em relação ao desenvolvimento de variadas maneiras de raciocinar entre os alunos, com o objetivo de oportunizar que eles experimentem diferenciados estímulos, tendo como propósito principal o de melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar. Dentre as variadas maneiras de raciocinar em Matemática, salientamos que o professor precisa estimular o exercício e o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, do raciocínio estatístico e do raciocínio combinatório dos alunos, cada um deles em contexto apropriado, pois assim deve ser o ensino e a aprendizagem desses conteúdos com os alunos do Ensino Básico. Mas, é imprescindível que o professor não incentive os alunos ao exercício desses raciocínios em detrimento dos demais raciocínios matemáticos, como os raciocínios: geométrico, numérico e algébrico, por exemplo, os quais, igualmente, também devem ser incentivados.

LETRAMENTO COMBINATÓRIO

A alfabetização se ocupa da aquisição da escrita. É um processo de aprendizagem no qual o indivíduo desenvolve a competência de ler e de escrever. Assim, o sujeito que sabe ler e escrever é dito alfabetizado.

O aparecimento da expressão "letramento" se deu por conta de em nossa sociedade atual se ter constatado que o domínio mecânico da leitura e da escrita era insuficiente para o sujeito avançar no conhecimento.

O "letramento" é o desenvolvimento do uso competente da leitura e escrita nas práticas sociais, isto é, se preocupa com a função social (uso individual e social) do ler e do escrever. Assim, o "letramento" apareceu ao lado da alfabetização.

Os passos iniciais para o desenvolvimento do letramento combinatório são dados quando o sujeito aprende a questionar se um particular elemento do conjunto objeto do problema de contagem atende ou não à (s) característica (s) que deve (m) definir todo e qualquer elemento que irá pertencer ao subconjunto que vai conter todas as soluções do problema. O subconjunto pode ser formado ou apenas contabiliza- se o quantitativo dos seus elementos.

O procedimento pode ser feito apenas para um particular elemento ou para um grupo de elementos, por exemplo, até que sejam esgotadas todas as possibilidades que estão em avaliação.

Esse preliminar exercício crítico favorece a formação de atitudes que levam o sujeito ao amadurecimento em relação à promoção e o desenvolvimento do letramento combinatório.

Considere um conjunto não vazio e finito contendo objetos discretos, e um problema de contagem que toma elementos nesse conjunto.

De modo geral, resolver um problema de combinatória consiste em contar ou classificar os elementos de um ou mais subconjuntos de um conjunto finito que atendem a certas particularidades. Estas particularidades podem ou não estar descritas claramente no enunciado do problema de contagem em questão. Mas, para certos tipos de problemas da combinatória, também será preciso provar a existência de subconjuntos de um dado conjunto finito que atendem a certas particularidades e estas particularidades podem ou não estar claramente descritas no enunciado do problema de contagem em questão.

O conhecer, estudar e compreender como os alunos e professores aprendem e ensinam análise combinatória envolve tanto os aspectos cognitivos quanto os aspectos afetivos.

Os dois aspectos, próprios dos processos de ensino e de aprendizagem, têm de caminhar juntos durante todo o processo educacional de formação de hábitos atitudinais - tanto na escola, quanto em casa e na sociedade.

Infelizmente, o primeiro deles ainda tem sido muito negligenciado nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática em geral, e nos diferentes níveis formativos. Somam-se a estes aspectos, o estudo epistemológico dos conceitos da análise combinatória e a própria didática do ensino da combinatória - a qual abarca conhecimentos que têm o objetivo de fomentar e desenvolver o "letramento combinatório".

Levando em conta o que descrevem Gal (2002) e Watson e Callingham (2003) acerca do *letramento estatístico*, é oportuno fazer um paralelo para descrever sobre o que se assume serem os pilares em que se sustenta o "letramento combinatório" ("literacia combinatória").

O "letramento combinatório" consiste em saber interpretar, avaliar e decidir acerca das informações que são postas no enunciado de um problema de matemática que exige a mobilização de conceitos da análise combinatória de modo que, com considerável grau de criticidade e em conjunto com o exercício do raciocínio combinatório, lançar mão de seus conhecimentos para resolvê-lo. Isto é, para obter sua solução: quantitativa e/ou qualitativa.

Daí advém a importância de o sujeito que está sendo letrado combinatoriamente (aluno ou professor, que está aprendendo técnicas combinatórias para resolver problemas de combinatória) precisa compreender muito bem acerca da situação que o enunciado do problema que ele vai resolver retrata ou descreve (que faz menção ou não). E, com base no conhecimento que acumulou sobre a temática combinatória, lançar mão desse conhecimento para atacar e resolver o problema.

Por "*letramento combinatório*" pontua-se o cabedal de conhecimentos que um sujeito precisa cumular em relação aos diferentes conceitos da análise combinatória. Por exemplo, no que diz respeito ao domínio de diferentes técnicas combinatórias segundo as quais permitam-no ser possível que possa computar a totalidade de elementos de certos tipos de subconjuntos de um conjunto finito, sem que seja necessário que essa contagem tenha de ser feita diretamente sobre todos os elementos (que podem até ser em grande quantidade, em algumas situações) de cada um dos subconjuntos.

Ou seja, para poder resolver problemas de combinatória com efetividade e desenvoltura o sujeito precisa reconhecer a necessidade de aprender técnicas de contagem que estejam em alinhamento direto com os conceitos, invariantes e representações, próprios da temática análise combinatória.

Por exemplo, quando se evoca questionamentos acerca do fato de uma particular possibilidade (agrupamento ou grupamento de objetos) atender ou não, por vez, à (s) característica(s) que deve(m) identificar/definir todos os elementos que devem pertencer a um dado subconjunto (para esta particular possibilidade ou para um grupo de possibilidades) até que todas as possibilidades em avaliação sejam esgotadas, se está lançando mão de uma técnica muito usual no ensino de análise combinatória.

Por sua vez, para atender os propósitos do *letramento combinatório* (que serão apresentados em prosseguimento) quando da "por exemplo, a combinação entre objetos para construir um diagrama de árvore", o sujeito deve refletir antes de tomar uma decisão (em relação a um ou mais elementos). E nesse momento será preciso que saiba avaliar todas as consequências que advém desta possível tomada de decisão, de modo a não cometer o engano de generalizá-la para um universo de elementos que não o correto, se for o caso. Assim, uma vez feita a reflexão, poderá corrigir a tempo essa posição.

Portanto, por meio de um modelo que considere as condições necessárias para o enfrentamento de situações, presentes na resolução de problemas de contagem, no seio do conteúdo análise combinatória, um indivíduo é considerado letrado combinatoriamente quando se apropria das seguintes competências:

Compreende a natureza e as consequências de uma tomada de decisão quando realiza ações que tem o propósito de "combinar objetos", colocando-se na posição da pessoa que vai realizar tais ações;

Mobiliza o exercício constante do raciocínio (pensamento) combinatório quando da construção de uma representação numérica ou de uma representação gráfica (um diagrama de árvore (árvore de possibilidades), por exemplo);

Categoriza as características que estão presentes nos agrupamentos de objetos (os agrupamentos que são obtidos ao final das "combinações entre os objetos" ou os grupamentos que são feitos a partir da "seleção de objetos" que atendem às condições estabelecidas no enunciado do problema de contagem em questão), de modo a formar ou permitir possa ser feita a descrição dos elementos pertencentes ao correspondente espaço amostral cujos elementos são todas as possibilidades (na linguagem combinatória, os agrupamentos-solução ou os grupamentos-solução);

Compreende como se dá a aplicação do Princípio Multiplicativo e do Princípio Aditivo – os Princípios Fundamentais da Contagem -, em conjunto ou não, como condição para encaminhar/finalizar a resolução de um problema de contagem;

Estabelece, quantifica, compara e enumera todas as possibilidades (agrupamentos-solução, decorrentes das "combinações entre objetos" ou os grupamentos-solução, decorrentes da "seleção de objetos"), se for preciso e quando, desde que a quantidade de objetos a combinar ou a selecionar não seja muito grande, a ponto de inviabilizar tal enumeração.

Portanto, para "letrar combinatoriamente" um sujeito (aluno/professor) será preciso criar condições favoráveis que o permitam se apropriar de conhecimentos combinatórios de modo a "letrá-lo combinatoriamente". Isto é, preparar adequada e corretamente o sujeito para que ele saiba *caracterizar, apreender, desenvolver, mobilizar e exercitar* o raciocínio combinatório tantas vezes quanto necessário e em diferentes contextos, de modo a resolver um dado problema de combinatória.

Por outro lado, para o entendimento de conceitos, estratégias e procedimentos da combinatória e a apropriação de competências necessárias ao enfrentamento da resolução de um problema de contagem, será preciso que durante a resolução o sujeito que o está resolvendo faça uso de uma ou mais competências, dentre as que foram listadas acima, como condição para lograr êxito na obtenção da sua solução.

Mas, para ensinar análise combinatória segundo um modelo que contemple as competências que foram apresentadas acima e os alunos compreendam melhor o que será preciso mobilizar para obter a solução para um dado problema combinatório, o professor precisa considerar como importantes e fundamentais para a sua prática os componentes listados a seguir:

Domínio da leitura do enunciado do problema: motivar o aluno para que ele faça uma leitura atenta e crítica do enunciado do problema combinatório, separando os dados (explícitos ou não) e certificando-se daquilo que será preciso fazer ou responder;

Entendimento dos conceitos básicos de Combinatória e sua terminologia: desenvolver a capacidade de relacionar o conceito e o contexto do problema;

Caracterizar o tipo de agrupamento-solução ou grupamento-solução que deve ser considerado de modo a apresentar a solução quantitativa e/ou qualitativa do problema;

Tomar um agrupamento-solução (ou grupamento) como exemplo, de modo a responder questões acerca dos outros agrupamentos-solução (grupamentos) que precisam ser considerados e/ou contabilizados tal qual foi este e, se necessário, tomar tantos outros como exemplos para fazer algo similar, esgotando todas as possibilidades que caracterizam o universo de elementos do subconjunto que deve ser considerado;

Conhecimento do processo construtivo de um diagrama de árvore (árvore de possibilidades): incentivar o aluno para que ele se coloque na posição da pessoa que vai executar as ações pertinentes e necessárias para obter os agrupamentos-solução (ou grupamentos-solução);

Escolher um objeto e com ele ir fazendo todas as combinações possíveis com os demais objetos, em atendimento ao enunciado do problema, apresentando-as em um diagrama de árvore completo, mas não necessariamente;

Verificar, para os demais objetos, quais deles formam similares agrupamentos-solução e em igual quantitativo de combinações (possibilidades) **ou não**, que as que foram obtidas com o primeiro objeto;

Fazer as combinações de outros possíveis objetos que ainda não tenham sido contemplados nas situações anteriores – objetos estes que determinam a formação de outros tipos de agrupamentos-solução e, em seguida, quantificá-los;

Dominar as habilidades básicas para descrever e interpretar os resultados obtidos com a formação dos agrupamentos-solução: saber interpretar os resultados (obtenção dos agrupamentos ou dos grupamentos) presentes em uma representação gráfica por meio de exposição oral ou escrita pessoais, ou seja, reunir habilidades para descrever o significado de um agrupamento-solução (ou de uma grupamento solução) que foi formado por meio das "combinações entre objetos do problema" no contexto da situação em relação ao quantitativo total dos agrupamentos (grupamentos)-solução;

Dominar as habilidades básicas para comunicar as respostas para problemas de contagem, envolvendo leitura, escrita e a comunicação da informação combinatória: Significa ser capaz de comunicar com clareza a outrem, a estratégia que foi utilizada para a obtenção dos resultados combinatórios.

O exercício do raciocínio combinatório está imbricado fortemente com cada tomada de decisão, independentemente do tipo de representação que está sendo construída para a obtenção da solução de um problema de contagem.

Nos diferentes momentos do ciclo construtivo de uma representação: gráfica ou numérica - que permeia a obtenção ou a contagem de todos os agrupamentos-solução (grupamentos-solução) -, uma decisão precisa ser tomada, e neste momento, para se fazer isso, será preciso que se exercite o raciocínio combinatório.

Portanto, ao ensinar os conceitos; a construção de representações gráficas e numéricas; a aplicação dos Princípios Básicos de Contagem; os procedimentos e as estratégias de resolução de problemas combinatórios, também estamos promovendo o desenvolvimento e o exercício do raciocínio combinatório.

Segundo a BNCC, a formalização dos conceitos da combinatória deve ser feita nas séries do Ensino Médio, tendo como prévia os muitos desafios de também ensinar a temática para os alunos do Ensino Fundamental.

Os desafios, e são muitos, de ensinar combinatória segundo as competências que foram listadas acima estão reservados ao professor que já ensina Matemática na Educação Básica desde os anos iniciais, e também aos futuros professores de Matemática.

Para tanto, destacamos duas importantes questões, para reflexões individuais e/ou coletivas: (1) Como o professor pode desenvolver a temática análise combinatória na perspectiva da BNCC, nas suas aulas, considerando as habilidades e competências que são sugeridas neste documento? (2) Como o professor pode desenvolver a temática de análise combinatória na perspectiva da BNCC, nas suas aulas, ensinando os conceitos de combinatória - e outros conceitos da própria Matemática - com o propósito de dar sentido a eles?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A BNCC é um documento que orienta ações relacionadas com o ensino e a aprendizagem de todas as disciplinas na Educação Básica. Os currículos das redes estaduais e municipais de educação, para o ensino básico, são prescritos segundo essas orientações. É um documento que também orienta a elaboração dos PPP – Projetos Políticos Pedagógicos de escolas e colégios, públicos e particulares, bem como, com base nessas orientações, os livros didáticos são escritos.

No que concerne ao ensino de combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a tônica está pautada em resolver problemas simples de contagem por meio das duas habilidades descritas nas orientações presentes na BNCC, com o único objetivo de contabilizar agrupamentos por meio de técnicas que obedecem a um mesmo significado no campo conceitual multiplicativo: o de determinar a quantidade de modos passíveis para fazer as combinações entre todos os objetos de uma coleção com todos os objetos de uma outra coleção. Para a resolução dos problemas, os autores indicam o envolvimento do Princípio Multiplicativo, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas, mas não citam o Princípio Aditivo.

Preocupa-nos tanto a redação usada nas habilidades quanto o pequeno contributo que o conteúdo sugerido deve ser desenvolvido, representa para a apropriação e o exercício do raciocínio combinatório, mormente quando da construção de um diagrama de árvore, por exemplo. Faltou salientar aos professores acerca da importância de saber validar estratégias e resultados, e a importância de desenvolver e exercitar o raciocínio combinatório. No tocante às maneiras de se comunicar matematicamente, faltou sugerir aos alunos escrever, representar e apresentar os resultados com precisão e correção, bem como sobre a importância do processo de argumentação sobre conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e o estabelecimento de relações.

Em uma perspectiva mais ampla também nos preocupa a pequenez de propósitos - já desde os anos iniciais do Ensino Fundamental - em relação à pouca contribuição que o ensino de combinatória conforme sugerido na BNCC empresta para o desenvolvimento do letramento combinatório dos alunos, desconsiderando a importância de ser feito por meio do exercício recorrente do raciocínio combinatório quando da construção de uma representação gráfica e/ou de uma representação numérica.

Consideramos importante que os professores procurem identificar os conceitos, procedimentos e atitudes a serem trabalhados, pois fato é que os problemas de contagem cumprem um importante papel na formação dos alunos no sentido de propiciar oportunidades para que eles interajam com um dos quatro significados da multiplicação - a ideia combinatória. No tocante às questões específicas levantadas para este estudo, identificou-se que na BNCC, nas duas habilidades, deixou a desejar segundo o modo como foram apresentadas, no tocante ao texto, redação, abrangência, forma e conteúdo: texto repetitivo em relação ao propósito de determinar o número de agrupamentos (solução apenas quantitativa, em detrimento da qualitativa); faltou indicar a elaboração de problemas pelos alunos, com a resolução, redação, leitura e interpretação de enunciados; a exploração de um único significado do conceito; no tocante à não abrangência em relação a outras representações, como: listagem, esquema, produto cartesiano; à forma (combinações de cada elemento de uma coleção com todos os de outra coleção, deixando de considerar combinações com alguns e também com todos); no conteúdo, a ausência da compreensão e o exercício do raciocínio combinatório.

No que refere às escolhas de atividades que contemplem os propósitos de ensino de combinatória - para as duas habilidades propostas na BNCC -, o estudo identificou que elas não atendem às necessidades do professor que ensina matemática neste segmento de ensino em relação às possibilidades de poder fazer escolhas condizentes com as necessidades que o estudo requer. Uma vez que as duas habilidades propostas na BNCC não contemplam a exploração de outros tipos de problemas simples de contagem que não os que combinam todos os objetos de uma coleção com todos os objetos de outra coleção, deixam de ser explorados os problemas em que parte dos objetos combinam com todos e outros objetos apenas com parte dos objetos da outra coleção, bem como a combinação de objetos de três ou mais coleções.

Assim, tal universo de problemas é insuficiente para capacitar os alunos dos anos iniciais para resolverem problemas de contagem, mesmo que se considere apenas os mais simples. Estar letrado combinatoriamente supõe saber ler e interpretar enunciados de problemas de contagem de modo crítico e organizado e também, saber construir representações por meio do exercício continuado do raciocínio combinatório, de modo a formular e resolver diferentes tipos de problemas. Essa característica traz para os novos currículos que se avizinham serão prescritos em breve, uma demanda em abordar conceitos e procedimentos da combinatória. Mas, para tal, será preciso também contar com a publicação de livros didáticos dos anos iniciais que estejam fortemente comprometidos com essas ideias, e cujos propósitos se coadunem com elas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero C et al. (1997). Combinatorial reasoning and its assessment. In: Gal, I et al. (Ed.). The assessment challenge in statistics educativo. Minnesota: IOS Press. 239-252. https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/assessbkref. Acesso: 13 abr.2021.

Borba FS (2011). Dicionário Unesp do português contemporâneo. Editora Piá. Curitiba. 1488p.

Brasil (1997) Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília.

Brasil (2018) Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília.

Morgado ACO et al. (1991). Análise Combinatória e Probabilidade. Rio de Janeiro. Fundação VITAE. 171p.

Navarro-Pelayo V et al. (1996) Razonamiento combinatório em alumnos de secundaria. Educación Matemática. Grupo Editorial Ibero América, Madrid, 8(1): 26-39.

Shulman LS (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational. 15(2): 4-14.

Teixeira PJM (2021). Resolvendo problemas de Análise Combinatória no Ensino Médio. Editora Ciência Moderna Ltda. 1ª Edição. Rio de Janeiro. 221p.

Vergnaud G (1991). El niño, las matemátiucas y la reakidad – Problemas de la enseñanza de las matemáticas em la escuela primaria. Editora Trillas. México.

Vergnaud G (1996). A teoria dos campos conceptuais. In: Brum, J. (org). Didáctica das Matemáticas, Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 155-191.

Capítulo IV

Formação de professores que ensinam Probabilidade & Estatística na Educação Básica e os desafios da BNCC

10.46420/9786581460273cap4

Cassio Cristiano Giordano[1*]

INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão abordados alguns dos desafios atualmente enfrentados na formação de professores no Brasil, nos cursos de licenciatura em matemática e pedagogia, diante das novas demandas decorrentes da publicação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) e de seus desdobramentos, como os Itinerários Formativos (Brasil, 2019c), os Temas Curriculares Transversais – TCT (Brasil, 2019b) e o Novo Ensino Médio. Nosso objetivo é contribuir para a discussão a respeito da presença da educação estatística na formação de professores nos cursos de licenciatura em pedagogia e matemática, diante dos novos desafios impostos pela implantação de novos currículos brasileiros pós-BNCC, bem como tecer algumas críticas à elaboração da base nacional e dos documentos reguladores da formação dos professores nela inspirados: a BNC-Formação (Brasil, 2019a) e a BNC-Formação Continuada (Brasil, 2020).

Atualmente, em nosso meio acadêmico, poucos questionam a relevância do estudo da estatística, da probabilidade e da combinatória (campos do conhecimento científico que compõem a macroárea denominada estocástica), tanto na educação básica quanto no ensino superior, para a formação do cidadão. Organizar dados, ler e interpretar tabelas e gráficos estatísticos, analisar informações e tomar decisões assertivas embasadas nelas tornou-se imprescindível, em tempos de *big data* & *machine learning*.

Vamos iniciar nossa discussão com um olhar sobre a educação brasileira pré-BNCC.

DO "TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO" À PROBABILIDADE & ESTATÍSTICA

A Probabilidade e a Estatística foram oficialmente introduzidas nos currículos brasileiros há cerca de 20 anos, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997, 1998, 2000), na disciplina de matemática, por meio do bloco "tratamento da informação". Desde então, a estocástica se fez presente, ainda que de forma precária, nos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. No entanto, como afirma Lopes (2008):

[1] Universidade Federal do Rio Grande, ccgiordano@furg.br

> [...] se incluirmos a estocástica apenas como um tópico a mais a ser estudado, em um ou outro ano de escolaridade da educação básica, enfatizando apenas a parte da estatística descritiva, seus cálculos e fórmulas não levarão o estudante ao desenvolvimento do pensamento estatístico e do pensamento probabilístico, que envolvem desde uma estratégia de resolução de problemas, até uma análise sobre os resultados obtidos (Lopes, 2008).

Ela ressalta a necessidade de promoção de atividades estatísticas problematizadoras, que contribuam para o aprimoramento da criticidade dos estudantes, acrescentando que não somente as licenciaturas deixam lacunas expressivas na formação dos futuros professores, como também a grande parte dos programas de formação continuada também têm sido falhos nesse aspecto.

Giordano et al. (2019) observam que os PCN "... surgiram como elementos norteadores, cabendo aos sistemas educacionais acatá-los ou não". Assim, o ensino dos conteúdos estocásticos poderia se concretizar de forma equivocada, por falta de conhecimento dos professores, ou simplesmente ser ignorado, por insegurança destes, ou ainda por julgarem que outros blocos temáticos mereciam maior atenção.

Nos anos 1990, pedagogos e licenciados em matemática continuavam a se formar sem um embasamento satisfatório na área da estocástica, o que envolve não apenas conhecimento de conteúdo específico, mas, também, de outros saberes, como o pedagógico do conteúdo e o curricular, de acordo com Shulman (1986). Aproximando nossa discussão para essa área, trazemos as concepções de Burgess (2009), que destaca, por um lado, os saberes estatísticos a ensinar (conceitos, procedimentos e ideias estatísticas comuns a outras profissões, como acaso, aleatoriedade, variabilidade, construção e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos e as etapas do ciclo investigativo de pesquisa), e por outro, os saberes para ensinar estatística, que abarcam a capacidade de: análise da qualidade e adequação das produções dos estudantes; adequação das escolhas feitas em termos de representações e os registros utilizados; análise e discussão dos erros cometidos por eles; antecipação dos pensamentos em relação a determinadas ideias, conceitos e procedimentos estatísticos; identificação do julgamento dos estudantes quanto ao grau de dificuldade presente nas tarefas propostas; do reconhecimento de estratégias pedagógicas apropriadas para a abordagem dos conteúdos estatísticos e probabilísticos.

Tais saberes não eram contemplados pelos currículos brasileiros na década de 1990 e, ainda que fossem, o sucesso da educação estocástica não dependia apenas deles. Gal et al. (1997) asseveram que o sucesso na educação estocástica depende da atuação, junto à escola, de diversos profissionais (com os quais os sistemas de ensino brasileiro raramente dispõem), como estatísticos, especialistas em medidas, psicólogos, educadores matemáticos e especialistas em tecnologia.

Uma década após a publicação dos PCN, diversos estudos ainda apontavam para a precariedade da formação docente nesta área. Costa (2007) identifica muitas dessas falhas, como a predominância, nos cursos de licenciatura em matemática, de uma abordagem que prioriza o emprego de fórmulas e procedimentos mecanizados, de uma maneira bem distante do que defende a Análise Exploratória de Dados - AED.

A abordagem da AED é considerada, por grande parte da comunidade de pesquisadores da educação estatística, mais fácil, motivadora, criativa e imbuída do espírito investigativo que caracteriza toda e qualquer produção científica. Batanero et al. (1991) observam que antes deste enfoque, a análise dos dados era baseada predominantemente em cálculos estatísticos (médias, variância, coeficientes de correlação). Como consequência, Batanero et al. (2001) destacam que, em primeiro lugar, tal abordagem diminuiu a importância dos recursos visuais associados à representação dos dados e, em segundo lugar, estabeleceu uma relação de dependência da inferência, como modelo confirmatório, para obtenção de conclusões.

Destarte, como observa Costa (2007), não é essa proposta que prevalece no ensino superior, na formação dos licenciados em matemática. Ela acrescenta que se o ensino superior falha no ensino de estatística, no ensino de probabilidade a situação é ainda pior. Geralmente a abordagem clássica é apresentada aos futuros professores de matemática, em detrimento da frequentista, o que, de acordo com Lopes et al. (2009), comprometeria o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Se nos cursos de licenciatura em matemática, a formação estocástica deixava muito a desejar, o que dizer dos cursos de pedagogia?

Biajone (2006) constata a existência de uma lacuna no ensino de estatística e probabilidade, de forma contextualizada, nos materiais didáticos e nas propostas educacionais oficiais. Defensor da pedagogia de projetos no ensino de estocástica, esse autor observa que essa abordagem foi muito citada, tanto pelos documentos oficiais de orientação curricular, tanto nos próprios PCN quanto por pesquisadores das mais diversas áreas, como metodologia capaz de favorecer a autonomia no ensino e na aprendizagem, em ambientes cooperativos nos quais os estudantes são sujeitos ativos, críticos e conscientes de sua responsabilidade na construção do próprio conhecimento.

Conti et al. (2019), investigando a formação estatística dos pedagogos no Brasil, consideram, em sua pesquisa, saberes matemáticos a ensinar, saberes para ensinar matemática e saberes pedagógicos gerais. Esses pesquisadores constatam que a educação estatística, ainda não é valorizada em grande parte dos currículos dos cursos de pedagogia, particularmente quanto aos saberes para ensinar estatística, dos quais dependem diretamente as práticas pedagógicas realizadas em sala de aula. Eles reconhecem que as demandas apontadas pelos currículos prescritos para os anos iniciais do ensino fundamental não estão alinhadas às ementas de grande parte dos cursos de pedagogia nacionais. Conti et al. (2019) alertam para a necessidade de rever urgentemente os componentes curriculares dos cursos de pedagogia, de modo a desenvolver tanto conhecimentos estatísticos quanto pedagógicos relacionados à estatística – saberes a ensinar e para ensinar estatística.

Silva (2011) analisou o efeito que os PCN provocaram sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN (Brasil, 2002) para os cursos de licenciatura em matemática. Segundo esse autor, tais diretrizes simplesmente desprezaram os temas referentes ao ensino de estatística e probabilidade. Ele analisou muitos projetos pedagógicos, incluindo ementas e matrizes curriculares, dos cursos de licenciatura em matemática em busca de tentativas de contemplar as propostas apresentadas nos PCN, de estabelecer articulações interdisciplinares que envolvessem não apenas o domínio dos conteúdos específicos estocásticos, como também de promover uma ampla discussão sobre seu ensino e as propostas curriculares oficiais existentes. Não obstante, constatou a quase ausência de conexões disciplinares verticais e horizontais em tais cursos, bem como raras tentativas de abordar a presença dos conteúdos estocásticos nos currículos oficiais da educação básica.

Segundo Silva (2011), as DCN foram impostas pelo governo federal, provocando impactos negativos na educação brasileira ao não reconhecer os estudos realizados pelo meio acadêmico, respaldados pelos esforços de sociedades que atuam na promoção da melhoria do ensino da matemática, como a Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM. De acordo com esse autor, as DCN pareciam considerar o curso de licenciatura como um apêndice do bacharelado em matemática. Acrescentamos que tal postura ignora totalmente a perspectiva de saberes docentes de Shulman (1986, 1987).

Silva (2011, p. 753) assevera que a efetiva "presença de disciplinas como estatística e probabilidade promovem a interlocução entre os conhecimentos matemáticos necessários para o futuro professor e os conhecimentos pedagógicos". De forma contundente Silva (2011) afirma que as DCN para os cursos de licenciatura em matemática não apenas deixam de promover o ensino de estocástica, como também representam "um grande obstáculo para implementação de propostas que busquem a criação de um currículo rico em integrações horizontais e verticais", concluindo ser de extrema urgência atender à "necessidade de rediscutir esse documento nas instâncias competentes". Como vimos até aqui, tanto os cursos de pedagogia quanto os cursos de licenciatura em matemática fracassaram, em grande parte das universidades, na tentativa de adequar seus currículos às demandas dos PCN. Nesse contexto, nasce a BNCC (BRASIL, 2018).

A BNCC E AS MUDANÇAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

O processo de elaboração da BNCC transcorreu de forma turbulenta, com reviravoltas políticas, com direito à mudança de governo, que não nos compete discutir aqui, mas que afetaram profundamente as políticas do Ministério da Educação – MEC. A versão final (a terceira) não representou uma evolução natural das versões anteriores, mas uma mudança radical de concepções sobre a educação.

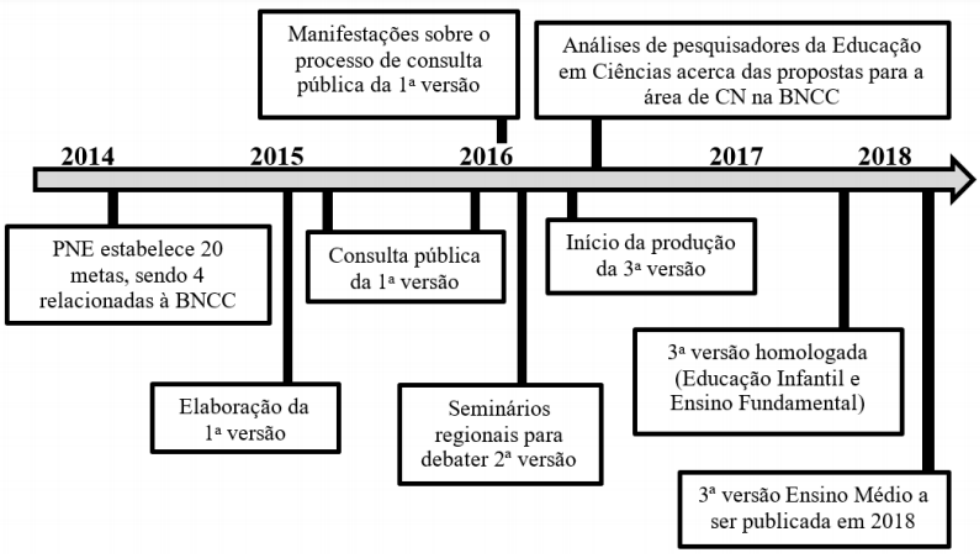

Figura 1. Linha do tempo da BNCC. Fonte: Franco et al. (2018).

Dentre as peculiaridades que destacamos na BNCC, muitas delas alvos de fortes críticas, em sua controversa elaboração, baseados em Pinto (2017), Bigode (2019), Freitas et al. (2019), Giordano et al. (2019), Pontes et al. (2019), e Gonçalves et al. (2020):

- Foi construída de forma pouco democrática.
- Enfatiza aspectos conceituais da Matemática, mas não favorece a articulação entre os diferentes elementos que constituem a construção da ciência.
- Concepção pragmática de educação (competências).
- Discursa sobre flexibilidade, mas promove engessamento do currículo.
- É tecnicista, pragmática, com viés privatista.
- Traz mudanças na nomenclatura (de quatro blocos para cinco unidades temáticas; de conteúdos para objetos de conhecimento; de objetivos para habilidades), sem uma boa fundamentação teórica.
- A resolução de problemas, de metodologia de ensino passa a ser considerada uma macrocompetência matemática que permeia todo o documento.
- Define objetivos, mas não métodos.
- Álgebra e probabilidade desde os anos iniciais.
- Antecipa plano cartesiano e geometria das transformações.
- Valorização da modelagem e aprendizagem por projetos.
- Ênfase na diversidade de letramentos.
- Não menciona a etnomatemática.
- Ignora a história da matemática.
- Exclui a geometria analítica.

- Não há continuidade na abordagem frequentista de probabilidade, iniciada no ensino fundamental.

Giordano et al. (2019) consideram que, a despeito de todos os problemas que envolveram o processo de elaboração da BNCC e da forma pouco democrática como foi imposta, a sua publicação traz alguns possíveis avanços para o ensino da estocástica, “na medida em que amplia seu programa, dedicando à probabilidade e estatística uma das cinco unidades de conhecimento, assegurando, graças ao seu caráter normativo, sua presença desde a educação infantil até o término do ensino médio”.

Embora a concretização de suas intenções dependa da efetiva elaboração de currículos por todo o território nacional, o que está previsto para o ano final de 2022, conforme exigência do Ministério da Educação, é esperado que estes contemplem a estocástica “em todos os bimestres letivos, além de redistribuir melhor os seus conteúdos”.

No ensino médio, as habilidades referentes à probabilidade & educação estatística são:

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA
HABILIDADES
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Figura 2. Habilidades estocásticas no ensino médio. Fonte: BNCC (2018).

A BNCC detalha as etapas do processo de produção científica, dando ênfase à abordagem por meio de projetos, apresentando claras indicações quanto à introdução e exploração dos diferentes tipos de gráficos, sobre a elaboração de tabelas de distribuição de frequência, sobre o cálculo e articulação de diferentes medidas de tendência central e de dispersão, bem como sobre a apresentação da probabilidade na perspectiva tanto clássica quanto frequentista, como defendiam Lopes et al. (2009), visando atender às competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Além disso, Giordano et al. (2019) também observaram orientações para articulação da estatística e da probabilidade com outras disciplinas curriculares, em uma perspectiva interdisciplinar e/ou transdisciplinar, bem como possíveis articulações intra matemáticas, aproximando-as de áreas como a educação financeira.

Resumidamente, podemos elencar como maiores mudanças no campo da estocástica:

- Ampliação do espaço dedicado à estatística, probabilidade e combinatória.
- Valorização e diversificação do estudo de gráficos estatísticos.
- Introdução da abordagem frequentista no ensino de probabilidade.
- Orientação para a produção de pesquisa estatística, de com coleta de dados, desde os anos iniciais do ensino fundamental.
- Orientação para o trabalho colaborativo.
- Incentivo às metodologias ativas, dentre elas a aprendizagem baseada em projetos (ABP).
- Aproximação da estatística com outras disciplinas, itinerários formativos e temas transversais, como a educação financeira.
- Destaque para as competências socioemocionais.

Considerando o potencial articulador da estocástica, Cazorla et al. (2021) antevêem diversas conexões com os temas contemporâneos transversais – TCT (Brasil, 2019b).

Muito embora Giordano et al. (2019) acreditem que a BNCC deva ser amplamente discutida, desde a elaboração de currículos dos cursos superiores e a formação de pedagogos e licenciados em matemática até o atendimento aos professores que estão em sala de aula, por meio da formação continuada, eles ressaltam a importância da ampliação dos conteúdos estocásticos na educação básica.

Costa et al. (2020) reiteram que ainda em 2020 podemos identificar resquícios do método tradicionalista de ensino da matemática na educação básica brasileira, questionando se as atuais diretrizes curriculares nacionais seriam capazes de promover uma abordagem mais eficaz, que pudesse oferecer aos estudantes pleno acesso aos conhecimentos necessários para atender às demandas de sua realidade sociocultural, aos desafios de seu tempo. Vale acrescentar que tais desafios se tornaram ainda maiores em 2020, como constatam Giordano et al. (2020), ao analisar as estratégias de ensino remoto, as condições de acesso dos estudantes das escolas públicas às tecnologias digitais de informação e comunicação –

TDIC, a formação dos professores, bem como as políticas públicas educacionais frente à pandemia de COVID-19.

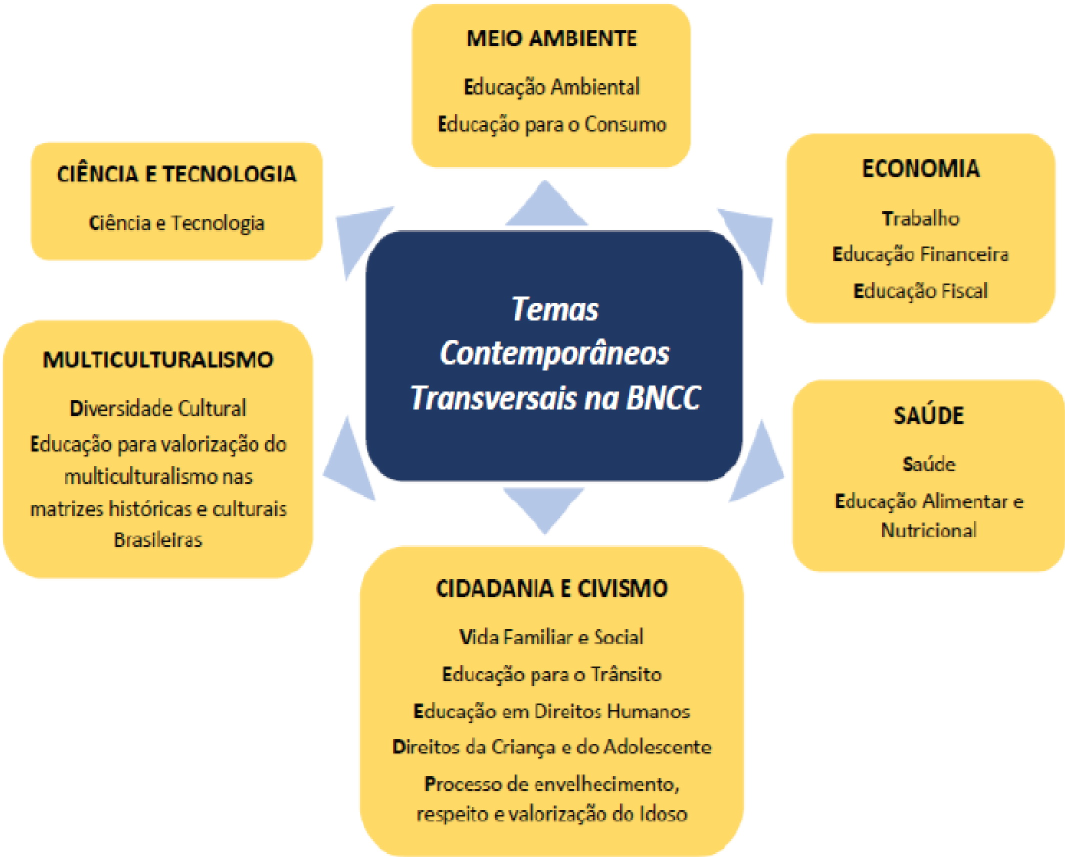

Figura 3. Habilidades estocásticas no ensino médio. Fonte: Brasil (2019b).

Momentos como esse evidenciam as limitações dos programas de formação continuada para os professores das escolas públicas. Desde 1996, com a publicação da LDB (Brasil, 1996), o governo federal tenta, sem sucesso, estabelecer uma estrutura curricular capaz de uniformizar o ensino em todo o território nacional, como observam Costa et al. (2020). Não sabemos se isso é possível, tampouco se é desejável, uma vez que em um país de proporções continentais e grande diversidade cultural com o nosso, as realidades locais devem ser respeitadas. Pensando nisso, os autores da BNCC propõem um currículo comum tomando 60 % dos conteúdos da educação básica, reservando os 40 % restantes para atender às necessidades específicas, sobretudo por meio dos itinerários formativos.

A despeito da inegável importância da BNCC, Costa et al. (2020) salientam que não devemos nos esquecer da autonomia da própria escola, do respeito à sua identidade institucional, ao seu projeto político-pedagógico e dos projetos bem-sucedidos que já vem desenvolvendo, que muito refletem a realidade local do entorno escolar. Com a crise educacional desencadeada pela pandemia de COVID-19, temos observado um aumento no número de formações de professores que visam adequar as práticas docentes à implantação da BNCC, como acontece, no caso de São Paulo, com a programação do Centro de Mídias – CMSP (Giordano et al., 2020).

Embora tais iniciativas contribuem, em maior ou menor grau, com a formação de professores, se faz necessário intervenções formativas locais, adequadas às culturas escolares específicas. Acreditamos que o mesmo se aplica à formação de professores em nível superior. O planejamento dos cursos de pedagogia, assim como das licenciaturas em matemática devem atender aos anseios e às necessidades da comunidade escolar de cada instituição de ensino, além das entidades representativas da sociedade civil junto às universidades, assegurando que o processo de consolidação da base comum aconteça de forma democrática e participativa. Tais questões suscitam preocupação quanto à formação dos professores que ensinarão matemática e, por extensão, probabilidade e estatística, na educação básica. No entanto, temos preocupações mais elementares do que essas, que envolvem os saberes docentes relativos ao domínio de conteúdos estocásticos.

Samá et al. (2020a) ressaltam que:

> No que concerne ao estudo de noções de Probabilidade, a BNCC nos aponta que a finalidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Por isso, o início do trabalho dessa temática está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis (Samá et al., 2020a).

Herzog (2019) identificou entre os formandos do curso de licenciatura em matemática total desconhecimento sobre o conceito de determinismo, confusão a respeito do conceito de aleatoriedade, assim como da relação entre estatística e probabilidade e, até mesmo, dificuldade em definir a própria estatística. Esse autor considerou a formação dos professores em matemática insuficiente para lecionar estatística e probabilidade, visto que normalmente há apenas uma ou duas disciplinas nos cursos de licenciatura nessa área, com aulas ministradas muitas vezes, junto com estudantes de outras áreas, sobretudo das engenharias. Uma formação tão superficial não consegue desenvolver, de forma satisfatória, os conceitos centrais da estocástica, tampouco conectá-los à realidade dos estudantes, um pré-requisito necessário para um ensino eficaz, que contemple minimamente as exigências da BNCC.

Situação análoga é encontrada nas licenciaturas em pedagogia. Clesar et al. (2020) nos lembram que muitos dos problemas associados à aprendizagem de matemática têm sua origem nos anos iniciais do ensino fundamental, no qual os estudantes deveriam aprender conceitos elementares que embasaram seus estudos nas etapas posteriores, desde o conceito de número até noções de geometria e estocástica. Contudo, as universidades tendem considerar que os ingressantes na pedagogia já trazem em sua bagagem escolar conhecimentos suficientes sobre matemática e estatística.

Algumas instituições chegam a oferecer, de modo facultativo, cursos de nivelamento em língua portuguesa, matemática e até mesmo recursos computacionais. Segundo esses autores, e nós concordamos com eles, isso é um erro, pois dada a precariedade do ensino de matemática, um grande número de estudantes ingressa sem os saberes necessários para atender satisfatoriamente às exigências do curso.

A lacuna na formação estocástica do pedagogo pode gerar insegurança e até mesmo aversão à matemática, comprometendo diretamente o ensino da estatística e da probabilidade. Tais problemas tendem a se agravar no contexto da pandemia de COVID-19, pois a eles se somam as deficiências decorrentes de uma formação igualmente precária das TDIC, tão necessárias para atender às atuais demandas da educação remota emergencial e/ou do ensino híbrido.

A BNC-FORMAÇÃO E OS DESAFIOS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A formação do professor que ensina matemática e o seu desenvolvimento profissional está, ou deveria estar, na base de qualquer reforma educacional, como observam Nacarato et al. (2009) e Nunes et al. (2020).

Ponte (2014) nos lembra que a formação e o desenvolvimento profissional são fenômenos bem distintos:

> […] a formação representa um movimento de "fora para dentro", do curso e do formador para o formando, enquanto o desenvolvimento profissional constitui um movimento de "dentro para fora", do professor em formação para o ambiente onde está inserido. A formação atende sobretudo ao que o professor não tem e "deveria ter" e o desenvolvimento profissional dá especial atenção às realizações do professor e ao que ele se revela capaz de fazer […] (Ponte, 2014).

Schreiber et al. (2019) acrescentam:

> Por formação docente, compreende-se, assim como Passos et al., (2006, p. 195), como uma "formação contínua e de desenvolvimento profissional, pois pode ser entendida como um processo pessoal, permanente, contínuo e inconcluso que envolve múltiplas etapas e instâncias formativas". A formação contínua é um fenômeno que ocorre ao longo de toda a vida e que acontece de modo integrado às práticas sociais e às cotidianas escolares de cada um, ganhando intensidade e relevância em algumas delas (Schreiber et al., 2019).

Em seu Estado do Conhecimento sobre a formação de professores para o ensino de Estatística, Schreiber et al. (2019) observaram:

> Os resultados relativos à formação em cursos, oficinas e projetos indicaram a ampliação da base de conhecimentos dos conteúdos e das estratégias pedagógicas para o ensino de Estatística, além da disposição dos professores em participar de espaços de formação que contribuam para a prática pedagógica. Ademais, também foram expostas fragilidades na formação e na prática docente, assim como a relevância da postura do professor no planejamento e no desenvolvimento das atividades em sala de aula (Schreiber et al. 2019).

Assim como a BNCC foi, e continua sendo, alvo de muitas críticas, tanto de pesquisadores quanto de professores em sala de aula, o mesmo ocorre com a BNC-Formação (Brasil, 2019a).

Conhecida como BNC-Formação, a resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019 (Brasil, 2019) foi publicada exatamente um ano após a homologação da versão final da BNCC, incluindo o ensino médio, e seu maior objetivo para ser justamente a efetiva implantação da BNCC. Em tese, ela propõe diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial em nível superior de professores para a educação básica, tratando das competências gerais e específicas docentes, bem como as habilidades correspondentes a elas.

As competências específicas se referem a três dimensões fundamentais: conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional. No artigo 4º, essa resolução apresenta tais competências:

> § 1º As competências específicas da dimensão do conhecimento profissional são as seguintes: I - dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los; II - demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem; III - reconhecer os contextos de vida dos estudantes; IV - conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais.
>
> § 2º As competências específicas da dimensão da prática profissional compõem-se pelas seguintes ações: I - planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens; II - criar e saber gerir os ambientes de aprendizagem; III - avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino; IV - conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, as competências e as habilidades.
>
> § 3º As competências específicas da dimensão do engajamento profissional podem ser assim discriminadas: I - comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional; II - comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender; III - participar do Projeto Pedagógico da escola e da construção de valores democráticos; IV - engajar-se profissionalmente, com as famílias e com a comunidade, visando melhorar o ambiente escolar (Brasil, 2019, p. 2-3).

Tratamos, aqui, sobretudo das competências associadas ao conhecimento profissional, mas cabe observar que as competências descritas no segundo bloco, relativas à dimensão da prática profissional, dependem não somente do professor, mas em grande parte da estrutura de ensino disponível a ele na escola/rede de ensino, podendo ser aprimorada ao longo dos anos de prática docente. Já as competências descritas no terceiro bloco, relativas à dimensão do engajamento profissional, são relativamente novas na esfera da educação e dependem de fatores socioemocionais, de motivação, de iniciativa, das crenças e dos valores pessoais, embora naturalmente possam ser estimuladas por fatores desencadeantes, como plano de carreira e reconhecimento e valorização profissional pela sociedade. Porém, esses dois blocos estão menos associados à formação inicial dos futuros professores que o primeiro bloco, objeto maior de nossa análise.

No capítulo II, Art. 5º desta resolução (Brasil, 2019a), fala-se de uma "sólida formação básica, com conhecimento dos fundamentos científicos". Entretanto, até o momento em que escrevemos esse texto, essa tão desejada formação sólida permanece na esfera do discurso.

No artigo 27º, a BNC-Formação estabelece um prazo de até dois anos para sua implantação por parte às instituições de ensino superior – IES, ampliando o prazo de três anos para as "... IES que já implementaram o previsto na Resolução CNE/CP nº 02, de 1º de julho de 2015 ... para adequação das competências profissionais docentes" (Brasil, 2019a).

Entretanto, não houve tempo hábil para avaliar os impactos da Resolução CNE/CP 02/2015, melhor aceita no meio acadêmico, quando às pressas, nas mudanças políticas pós-golpe, começou a ser revista e finalmente revogada no contexto da "nova política". A Resolução CNE/CP 02/2019, é quase totalmente dedicada à formação inicial e à preparação do professor para o mercado. Só trata da formação continuada em 3 incisos. A responsabilidade sobre a formação continuada é atribuída quase exclusivamente ao professor. Dentre as críticas feitas à BNC-Formação, destacamos:

- Elaborada de forma nada democrática.
- Tônica tecnicista, padronizada, pragmática, instrumental, prescritiva.
- Centra as competências no saber fazer. Coisifica as competências em prol de ideais empresariais de produtividade.
- Culpabiliza quase que exclusivamente o professor pelos resultados dos alunos nas avaliações.
- Almeja crescente controle sobre o fazer docente.
- Apresente forte viés privatista e pouco dialógico.
- Copia trechos da base australiana.
- Alinhada às diretrizes da BNCC.
- Valoriza a meritocracia, mas não estabelece condições nem discute igualdade de oportunidades.
- Silencia quanto às discussões sobre a formação continuada e valorização dos professores.
- É elaborada por um grupo de consultores vinculados a empresas e assessorias educacionais privadas.
- Ignora as atividades complementares presentes desde 2002 como componente curricular das licenciaturas.
- Prazo curto de implantação.
- Desconsidera o movimento de alterações curriculares em andamento por todas as universidades brasileiras.
- Ignora o Projeto Institucional de Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica, da CNE/CP n.2/2015.
- Estabelece bases para o estabelecimento de requisitos de produtividade acadêmica no campo da pesquisa, visando um cenário de fiscalização da produção acadêmica na universidade.

POR FIM, A BNC-FORMAÇÃO CONTINUADA

A BNC-Formação (Brasil, 2019a) recebeu muitas críticas relativas à quase ausência de uma discussão mais aprofundada a respeito da formação continuada. Quase um ano depois, o MEC publicou a Resolução CNE/CP nº 1, de 27 de outubro de 2020 (Brasil, 2020), que passou a ser conhecida como BNC-Formação Continuada. A falta de articulação entre esses dois documentos reflete a visão fragmentada e fragmentária desse ministério sobre a educação.

Nesse documento, as responsabilidades são atribuídas ao governo federal, aos estados e distrito federal e, por fim, aos municípios. Contudo, de modo muito vago e, sem querer ser repetitivo, mais uma vez desarticulado, preconizando "Colaboração constante entre os entes federados na consecução dos objetivos da política nacional de formação de professores para a educação básica" (Brasil, 2020), para que a formação continuada "...tenha impacto positivo quanto à sua eficácia na melhoria da formação docente" (Brasil, 2020). Sim, mas como?

Retirado o seu anexo, a BNC-Formação Continuada tem apenas cinco páginas, se assemelhando mais a uma carta de intenções, na tentativa de viabilizar a implementação das demandas da BNCC, do que a um documento norteador de efetivas políticas públicas de educação.

É muito pouco para o momento da maior crise educacional brasileira, desencadeada pela pandemia de COVID-19, como observam Samá et al. (2020b). Os professores, desde o início da crise, têm sofrido muito no enfrentamento das dificuldades impostas pelo modelo de ensino emergencial não presencial, geralmente chamado simplesmente de ensino remoto, bem como das diversas modalidades de ensino híbrido em implantação atualmente, no cenário de retomada das aulas presenciais. Algumas das maiores dificuldades dizem respeito ao domínio sobre as TDIC e, em casos mais graves, até mesmo do acesso aos recursos tecnológicos mais básicos.

Embora essa situação de crise seja circunstancial, não podemos ignorar que tanto a BNC de formação inicial quanto a de formação continuada foram elaboradas e publicadas em plena pandemia e, obstante, parecem ignorá-la totalmente. Não se preocupam em discutir a formação de professores em períodos críticos, nem dão grande importância à transição curricular e à consequente mudança de paradigmas educacionais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tratamos, em nossa na análise, dos conhecimentos e saberes dos futuros professores que ensinarão estatística e probabilidade na educação básica brasileira, especialmente daqueles em formação nos cursos de licenciatura em pedagogia e matemática, considerando o momento histórico de reforma curricular.

Constatamos que desde a década de 90, com a introdução da então chamada área de "tratamento da informação", por meio dos PCN, tanto os pedagogos que ensinam estatística e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental quanto os licenciados em matemática, que as ensinam nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, parecem não estar preparados para atender a essa demanda.

As diretrizes curriculares nacionais se mostraram ineficientes na articulação das propostas curriculares de formação de professores com os PCN, e agora, mais ainda com a elaboração de novos currículos embasados na BNCC e a consequente ampliação do espaço dedicado à probabilidade e à estatística.

Observamos, nas últimas décadas, tímidos avanços na direção da promoção do letramento estatístico e probabilístico dos futuros professores, como apontam as pesquisas brasileiras nesta área de investigação, que a garantia da tão almejada "sólida formação" depende de fatores que extrapolam a formação universitária.

Dentre outras coisas, podemos mencionar a necessidade de uma ampla reforma curricular, da oferta de ensino superior de qualidade, da elaboração de diretrizes curriculares regidas pelos resultados de pesquisa constantemente divulgados por sociedades como a SBEM, de uma revisão da BNCC, assim como da articulação da mesma com as referidas diretrizes, de políticas públicas de valorização do professor, da garantia de projetos duradouros de formação continuada, de maiores investimentos em universidades e órgãos de fomento de pesquisa científica, da adequação dos equipamentos escolares às novas contingências do ensino remoto e ensino híbrido na sociedade pós-pandemia.

Por fim, ressaltamos que resoluções tão importantes quanto a BNC-Formação e a BNC-Formação Continuada deveriam propor projetos educacionais mais amplos, pensando a médio e longo prazo, em uma perspectiva que fosse muito além de subsidiar a implementação da BNCC, aliás, a formação inicial e a continuada sequer deveriam ser discutidas de forma isolada, mas sim complementar.

Nesse cenário nada promissor para a formação dos professores que ensinam probabilidade e estatística, cresce a responsabilidade dos pesquisadores, que têm se desdobrado para publicar os resultados de suas investigações, em tentar levá-los para "chão da escola", muitas vezes oferecendo cursos e oficinas gratuitamente, em seu horário de descanso, além de ministrar suas aulas regulares.

É uma responsabilidade enorme, mas que tem sido assumida, de forma dedicada, pela nossa comunidade acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao LABEM - Laboratório de Ensino de Matemática do IFRJ-Campus Nilópolis, em especial ao Prof. Msc. José Carlos Gonçalves Gaspar, pelo convite, à Profa. Dra. Cileda Coutinho, minha orientadora no Mestrado e no Doutorado, da PUC-SP, com quem tenho uma eterna dívida de gratidão, e à minha supervisora de estágio pós-doutoral, Profa. Dra. Mauren Porciúncula, da FURG-RS, por sua generosidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero C et al. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. Suma, 9: 25-31.

Batanero C et al. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Biajone J (2006). Trabalho de projetos: possibilidades e desafios na formação estatística do pedagogo. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP.

Bigode AJL (2019). Base, que base? O caso da Matemática. Educação é a Base, 24: 139-159.

Brasil (1996). Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional: lei 9.394, 20 de dezembro de 1996. Brasília: Ministério da Educação e Cultura.

Brasil (1997). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, V. 3 (Ensino Fundamental – Ciclo I). Brasília: Ministério da Educação e Cultura.

Brasil (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática (Ensino Fundamental – Ciclo II). Brasília: Ministério da Educação e Cultura.

Brasil (2000). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio). Brasília: Ministério da Educação e Cultura.

Brasil (2002) Parecer CNE/CES 1.302/2001, de 06 de novembro de 2001. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 5 mar. 2002. Seção 1, 15p.

Brasil (2018). Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base*:* Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação e Cultura.

Brasil (2019a). Resolução do Conselho Nacional de Educação n. 2/2019, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial de professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a formação inicial de professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília, DF.

Brasil (2019b). Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Ministério da Educação. Brasília, DF: MEC.

Brasil (2019c). Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos. Ministério da Educação. Brasília, DF: MEC.

Brasil (2020). Resolução do Conselho Nacional de Educação CNE/CP n. 1, de 27 de outubro de 2020. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica (BNC-Formação Continuada). Brasília, DF.

Burgess T (2009). Teacher knowledge and statistics: what types of knowledge are used in the primary classroom? The Mathematics Enthusiast, 6(1): 3-24.

Cazorla I et al. (2021). O papel do letramento estatístico na implementação dos Temas Contemporâneos Transversais da BNCC. In C. Monteiro & L. Carvalho (Org.), Temas emergentes em Letramento Estatístico. Ebook, UFPE. (no prelo).

Clesar CTS et al. (2020). Os cursos de licenciatura em pedagogia e a formação matemática do professor de anos iniciais: refletindo acerca das brechas na formação inicial. BJD, 6(6): 34431-34450.

Conti KC et al. (2019). Um cenário da Educação Estatística em cursos de Pedagogia. Revista Eletrônica de Educação Matemática, 14: 1-15.

Costa A (2007). A educação estatística na formação do professor de matemática. Dissertação (Mestrado). Universidade São Francisco, Itatiba – SP.

Costa RP et al. (2020). O ensino de Matemática na Base Nacional Comum Curricular nos anos finais do Ensino Fundamental. Ensino em Re-Vista, 27(2): 572-594.

Franco LG et al. (2018). Reflexões sobre a Base Nacional Comum Curricular: um olhar da área de Ciências da Natureza. Horizontes, 36(1): 158-171.

Freitas MF et al. (2019). Abrindo a caixa de pandora: as competências da matemática na BNCC. Revista Paranaense de Ed. Matemática, 8(17): 265-291.

Gal I et al. (1997). The assessment challenge in Statistics Education. Netherland: IOS Press.

Giordano CC et al. (2019). Educação estatística e a base nacional comum curricular: o incentivo aos projetos. Revista Eletrônica de Educação Matemática, (14): 1-20.

Giordano CC et al. (2020). Educação estatística e a formação de professores que ensinam matemática no Brasil. Brazilian Journal of Development, 6(12): 104137-104148.

Gonçalves SRV et al. (2020). A Resolução CNE/CP n. 2/2019 e os retrocessos na formação de professores. Revista Formação em Movimento, 2(4): 360-379.

Herzog RCB (2019). A percepção de licenciandos em matemática sobre a aleatoriedade. Dissertação (Mestrado). Porto Alegre: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

Lopes CAE (2008). O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. Cadernos Cedes, 28(74): 57-73.

Lopes CAE et al. (2009). Leitura e escrita em educação estatística. In: Lopes CAE et al. Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade. Campinas: Mercado de Letras, 61-78.

Nacarato A et al. (2009). A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica.

Nunes CB et al. (2020). Reflexões de professoras dos Anos Iniciais sobre um processo formativo em Estatística. EMD, 4(10): e202051-e202051.

Pinto AH (2017). A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. Bolema, 31(59): 1045-1060.

Ponte JP (2014). Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. In: Ponte JP (Org.). Práticas profissionais dos professores de Matemática. Lisboa: Projeto P3M, 343-358.

Pontes MM et al. (2019). A temática 'Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da promulgação da BNCC: percepções pedagógicas. EDUCITEC, 5(12).

Samá S et al. (2020a). Probabilidade e estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da BNCC. Zetetiké, 28: 1-22.

Samá S et al. (2020b). Reflexões Sobre o Papel da Educação Estatística na Formação de Professores no Contexto da Pandemia da Covid-19. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 13(4): 437-449.

Schreiber KP et al. (2019). Estado do conhecimento da produção acadêmica sobre a formação de professores para o ensino de estatística. REBECEM, 3(2): 241-262.

Shulman L (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard educational review, 57(1): 1-23.

Shulman LS (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational researcher, 15(2): 4-14.

Shulman LS (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard educational review, 57(1): 1-23.

Silva MA (2011). A Presença da Estatística e da Probabilidade no Currículo Prescrito de Cursos de Licenciatura em Matemática: uma análise do possível descompasso entre as orientações curriculares para a Educação Básica e a formação inicial do professor de Matemática. Bolema, 24(40): 747-764.

Índice Remissivo

Sobre os organizadores

José Carlos Gonçalves Gaspar

Mestre em Ensino de Ciências na Educação Básica pela Universidade do Grande Rio (Unigranrio), Especialista e Licenciado em Matemática pela UFF. Professor de Matemática na Educação Básica e Superior do IFRJ e da rede Municipal de Duque de Caxias. Membro do Projeto ConSeguir e foi um dos redatores da reestruturação curricular da rede municipal de Duque de Caxias (2019-2020). Autor de Materiais Didáticos pela Somos Educação e Editora Poliedro. Possui experiência em avaliação em larga escala (INEP/Fundação Cesgranrio) e com Educação a Distância (Fundação Cecierj/LANTE-UFF/CAEd). Membro atuante do Laboratório de Ensino de Matemática (LabEM-IFRJ). Contato: (21)99881-2933, e-mail: jose.gaspar@ifrj.edu.br.

Cláudio Bispo de Jesus da Costa

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (2001), especialização em Ensino da Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2006). e mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2008). Atualmente é professor da FAETERJ-Rio, Faculdade de Educação Tecnológica do Estado do Rio de Janeiro, campus Rio de Janeiro, e do Instituto Federal do Rio de Janeiro, campus Nilópolis. Contato:(21) 98803-5240, e-mail: claudio.costa@ifrj.edu.br

André Luiz Souza Silva

Licenciado em Matemática (2004) e Especialista em Ensino de Matemática (2008) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (2010) pelo Centro Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Rio de Janeiro (CEFET-RJ), Especialista em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática (2010) pela Universidade Federal Fluminense (UFF). E-mail: andre.luiz@ifrj.edu.br.

Marcelo Silva Bastos

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRJ. Mestre em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Especialista em "Ensino de Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Ensino Médio" pela UFF. Licenciado em Matemática pela UFRRJ. Docente do IFRJ-Campus Nilópolis atuando no Ensino Médio Técnico e no Curso de Licenciatura em Matemática. Coordenador do Laboratório de Ensino de Matemática (LabEM-IFRJ)

Heitor Achilles Dutra da Rosa

Doutorando do Programa de Educação da UFRJ, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo CEFET-RJ, MBA em Gestão da Educação Básica pela USP. Licenciado em Matemática pela UFRJ. Docente do IFRJ-Campus Nilópolis atuando no Curso de Licenciatura em Matemática e no Curso de Especialização em EJA.

Sobre os(as) autores(ras)

Lilian Nasser

Licenciada, bacharel e mestre em Matemática Pura pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, doutora em Educação Matemática pelo King's College da Universidade de Londres. Foi coordenadora de Matemática, em 2014, do Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa, do MEC, no Estado do Rio de Janeiro. Pesquisadora do Projeto Fundão, coordenou a elaboração de cinco livros destinados à formação inicial e continuada de professores. Pesquisadora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT), orienta mestrados e doutorados na área de Educação Matemática. Atualmente é responsável pelo Grupo de Pesquisa em Avaliação em Matemática (GPAM/UFRJ). Possui diversos trabalhos publicados em periódicos, capítulos de livros e em anais de congressos nacionais e internacionais. Recebeu, em 2019, o título de Sócia Emérita da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. E-mail: lnasser.mat@gmail.com

Paula Monteiro Baptista

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (2003) e mestrado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2006). Apresentou uma comunicação curta no International Congress of Mathematicians - ICM 2018. Idealizou e coordenou o evento Matemática em Niterói 2017-2018. Atualmente é aluna de doutorado do PEMAT/UFRJ e professora da escola Fórum Cultural CELART. Tem experiência na área de Matemática e Educação Matemática, com ênfase em Avaliação Escolar. E-mail: paulamonteirob@gmail.com

Lattes **Wanderley Moura Rezende**

Professor de Matemática do Ensino Superior, graduado em Licenciatura Plena em Matemática (1985) na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre (1989) em Matemática (Geometria Diferencial) na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre (1994) em Educação Matemática na Universidade Santa Úrsula (USU/GEPEM). Doutor (2003) em Educação (Ensino de Ciências e Matemática) na Universidade de São Paulo (USP). Atualmente, possui 11 artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, 51 trabalhos publicados em Anais de eventos nacionais/internacionais, 34 resumos simples/expandidos, 8 livros, 7 capítulos de livros e participou da organização de 19 eventos na área de Educação Matemática. É professor associado IV do IME-UFF e revisor de 7 revistas nacionais. E-mail: wmrezende@id.uff.br.

Lattes **Paulo Jorge Magalhães Teixeira**

Licenciatura em Matemática (1980) na Universidade Federal Fluminense (UFF). Bacharel em Matemática (1981) na Universidade Federal Fluminense (UFF). Engenheiro Eletricista (Eletrotécnica) (1986) na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre (1986) em Matemática Pura (Álgebra) na Universidade Federal Fluminense (UFF). Doutor (2012) em Educação Matemática - Formação de Professores na Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN). Atualmente, possui 15 livros autorais publicados em editoras nacionais e internacionais, 15 artigos publicados/aceitos em revistas nacionais, 9 resumos simples/expandidos, 1 capítulo de e-book. É avaliador/revisor ad hoc de 2 revistas nacionais. Contato: Rua Dona Claudina, 361 – Casa 1, Méier, CEP - 20725-060. E-mail: paulojorge@id.uff.br

Cassio Cristiano Giordano

Psicólogo (Universidade Metodista de São Paulo – UMESP, 1993), Matemático (Universidade Ibirapuera – UNIB, 2000, Pedagogo (Universidade Metropolitana de Santos - UNIMES, 2021), Especialista em Matemática no Ensino Médio (Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP, 2006), Especialista em Docência e Pesquisa no Ensino Superior (Universidade Metropolitana de Santos – UNIMES, 2009), Especialista em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática (Universidade Federal Fluminense – UFF, 2010), Especialista em Ensino da Matemática (Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 2013), Mestre em Educação Matemática (Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP, 2016) e Doutor em Educação Matemática (Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP (2020), Pós-Doc em Educação em Ciências (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, 2022). Atualmente, possui 24 artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, 2 organizações de e-books, 29 capítulos em livros e e-books. Membro do GT12 - Educação Estatística. Membro da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Membro da Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE). Pesquisador associado ao Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT). Membro da Red Latinoamericana de Etnomatemática (RELAET). Membro do Grupo GEDIM/STATISTIC, ligado ao Grupo Estudo da Didática da Matemática (GEDIM), da Universidade Federal do Pará (UFPA). Membro do Grupo Colaborativo de Formação de Professores em Educação Estatística – MoSaiCo Edu e do Grupo Internacional Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística - GIIPEE, ambos, ligados à Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Contato: (11) 99700-2528. E-mail: ccgiordano@furg.br

9 786581 460273

Pantanal Editora
Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000
Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil
Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp)
https://www.editorapantanal.com.br
contato@editorapantanal.com.br