

# Dinâmica não linear e controle de osciladores inteligentes

Felipe Rodrigues de Freitas Neto



Pantanal Editora

2023

Felipe Rodrigues de Freitas Neto

# Dinâmica não linear e controle de osciladores inteligentes



Pantanal Editora  
2023

Copyright© Pantanal Editora

**Editor Chefe:** Prof. Dr. Alan Mario Zuffo

**Editores Executivos:** Prof. Dr. Jorge González Aguilera e Prof. Dr. Bruno Rodrigues de Oliveira

**Diagramação:** A editora. **Diagramação e Arte:** A editora. **Imagens de capa e contracapa:** O autor e Canva.com. **Revisão:** O(s) autor(es), organizador(es) e a editora.

## Conselho Editorial

### Grau acadêmico e Nome

Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos  
Profª. MSc. Adriana Flávia Neu  
Profª. Dra. Albys Ferrer Dubois  
Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior  
Profª. MSc. Aris Verdecia Peña  
Profª. Arisleidis Chapman Verdecia  
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva  
Prof. Dr. Bruno Gomes de Araújo  
Prof. Dr. Caio Cesar Enside de Abreu  
Prof. Dr. Carlos Nick  
Prof. Dr. Claudio Silveira Maia  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos  
Prof. Dr. Cristiano Pereira da Silva  
Profª. Ma. Dayse Rodrigues dos Santos  
Prof. MSc. David Chacon Alvarez  
Prof. Dr. Denis Silva Nogueira  
Profª. Dra. Denise Silva Nogueira  
Profª. Dra. Dennyura Oliveira Galvão  
Prof. Dr. Elias Rocha Gonçalves  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins  
Prof. Dr. Fábio Steiner  
Prof. Dr. Fabiano dos Santos Souza  
Prof. Dr. Gabriel Andres Tafur Gomez  
Prof. Dr. Hebert Hernán Soto Gonzáles  
Prof. Dr. Hudson do Vale de Oliveira  
Prof. MSc. Javier Revilla Armesto  
Prof. MSc. João Camilo Sevilla  
Prof. Dr. José Luis Soto Gonzales  
Prof. Dr. Julio Cezar Uzinski  
Prof. MSc. Lucas R. Oliveira  
Profª. Dra. Keyla Christina Almeida Portela  
Prof. Dr. Leandro Argentele-Martínez  
Profª. MSc. Lidiene Jaqueline de Souza Costa Marchesan  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann  
Prof. MSc. Marcos Pisarski Júnior  
Prof. Dr. Marcos Pereira dos Santos  
Prof. Dr. Mario Rodrigo Esparza Mantilla  
Profª. MSc. Mary Jose Almeida Pereira  
Profª. MSc. Núbia Flávia Oliveira Mendes  
Profª. MSc. Nila Luciana Vilhena Madureira  
Profª. Dra. Patrícia Maurer  
Profª. Dra. Queila Pahim da Silva  
Prof. Dr. Rafael Chapman Auty  
Prof. Dr. Rafael Felipe Ratke  
Prof. Dr. Raphael Reis da Silva  
Prof. Dr. Renato Jaqueto Goes  
Prof. Dr. Ricardo Alves de Araújo (In Memoriam)  
Profª. Dra. Sylvana Karla da Silva de Lemos Santos  
MSc. Tayronne de Almeida Rodrigues  
Prof. Dr. Wéverson Lima Fonseca  
Prof. MSc. Wesclen Vilar Nogueira  
Profª. Dra. Yilan Fung Boix  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme

### Instituição

OAB/PB  
Mun. Faxinal Soturno e Tupanciretã  
UO (Cuba)  
IF SUDESTE MG  
Facultad de Medicina (Cuba)  
ISCM (Cuba)  
UFESSPA  
UEA  
UNEMAT  
UFV  
AJES  
UFGD  
UEMS  
IFPA  
UNICENTRO  
IFMT  
UFMG  
URCA  
ISEPAM-FAETEC  
IFG  
UEMS  
UFF  
(Colômbia)  
UNAM (Peru)  
IFRR  
UCG (México)  
Rede Municipal de Niterói (RJ)  
UNMSM (Peru)  
UFMT  
Mun. de Chap. do Sul  
IFPR  
Tec-NM (México)  
Consultório em Santa Maria  
UFJF  
UEG  
FAQ  
UNAM (Peru)  
SEDUC/PA  
IFB  
IFPA  
UNIPAMPA  
IFB  
UO (Cuba)  
UFMS  
UFPI  
UFG  
UEMA  
IFB  
  
UFPI  
FURG  
UO (Cuba)  
UFT

### Conselho Técnico Científico

- Esp. Joacir Mário Zuffo Júnior
- Esp. Maurício Amormino Júnior
- Lda. Rosalina Eufrausino Lustosa Zuffo

### Ficha Catalográfica

**Catálogo na publicação**  
**Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166**

F866d

Freitas Neto, Felipe Rodrigues de

Dinâmica não linear e controle de osciladores inteligentes / Felipe Rodrigues de Freitas Neto. – Nova Xavantina-MT: Pantanal, 2023.  
107p.; il.

Livro em PDF

ISBN 978-65-85756-05-1

DOI <https://doi.org/10.46420/9786585756051>

1. Dinâmica não linear. 2. Controle de sistemas. I. Freitas Neto, Felipe Rodrigues de. II. Título.

CDD 531.38

Índice para catálogo sistemático

I. Dinâmica não linear

Nossos e-books são de acesso público e gratuito e seu download e compartilhamento são permitidos, mas solicitamos que sejam dados os devidos créditos à Pantanal Editora e também aos organizadores e autores. Entretanto, não é permitida a utilização dos e-books para fins comerciais, exceto com autorização expressa dos autores com a concordância da Pantanal Editora.

**Pantanal Editora** Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000. Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil. Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp). <https://www.editorapantanal.com.br> contato@editorapantanal.com.br

# Dedicatória

A Deus e a toda a minha família, em especial a meus pais Francisco Rodrigues Neto (*in memoriam*) e Joana Darc de O. Rodrigues, por todo o apoio que me deram.

# Agradecimentos

Agradeço a toda a minha família que sempre me apoiaram em todos os momentos da minha vida.

Agradeço ao professor Wallace Moreira Bessa pela paciência, apoio e orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço imensamente ao professor Marcelo Amorim Savi por ter me acolhido em seu grupo de pesquisa e ter me instruído no conhecimento da Dinâmica Não-Linear e teoria do Caos.

Aos companheiros do grupo Mecanon da COPPE/UFRJ.

Aos amigos do grupo Roboteam da UFRN.

Finalmente, agradeço ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

*“Grandes mudanças são decididas quando nossas  
vidas estão em caos e mudar de uma órbita instável  
para outra, mesmo que radicalmente diferentes,  
não envolve muito esforço.”*

*Marcelo A. Savi – Ritmos da Natureza*

# Apresentação

Este e-book é o resultado de anos de pesquisa no estudo da modelagem<sup>1</sup>, controle e simulação de osciladores inteligentes sujeitos a vibrações mecânicas. Problemas envolvendo vibrações mecânicas são comuns em praticamente todos os ramos da indústria, seja ela indústria Metal-mecânica, Civil, Naval, Aeroespacial ou de Energia. Para tentar suprimir ou controlar essas vibrações foram desenvolvidos vários métodos e técnicas ao longo das últimas décadas e inúmeras pesquisas ainda são realizadas nesta área, buscando sempre uma maior eficácia das técnicas utilizadas e o desenvolvimento de novas. O uso de materiais ou estruturas inteligentes é uma técnica recorrente nos dias contemporâneos para amenizar problemas de vibrações. Como característica intrínseca desses materiais está a sua resposta não linear à entrada, seja ela linear ou não linear. Além disso, a depender dos parâmetros do sistema dinâmico que os empregam, podemos observar respostas, periódicas, quase periódicas ou caóticas. Diante dessa riqueza de respostas há um aumento na complexidade de prever seu comportamento e em aplicar uma técnica de controle de modo eficaz a sistemas dinâmicos com tais materiais.

No presente trabalho consta um estudo da dinâmica não linear de um oscilador de um grau de liberdade com materiais inteligentes, mais especificamente o oscilador é modelado com Ligas com Memória de Forma (LMF) ou Compósito com Memória de Forma (CLMF). Como modelos constitutivos das ligas foram utilizados dois modelos, o modelo polinomial de Falk e o modelo com cinética de transformação de fase de Brinson. A escolha desses dois modelos se deve as respostas obtidas em cada um deles, e o consequente estudo específico obtido. Com o modelo de Falk foi obtido uma resposta caótica do oscilador e com o modelo de Brinson foi obtida histerese mecânica. Para o estudo da resposta caótica foram computados diversos diagramas de bifurcação, retrato de estados e espectros de Lyapunov. Com estas ferramentas foi possível obter uma análise qualitativa da dinâmica global do oscilador. A histerese mecânica, obtida com o modelo de Brinson, é uma não linearidade conhecida nos estudos dos Sistemas de Controle.

Além do estudo das respostas dinâmica dos osciladores, é proposto um esquema de Controle Inteligente cujo objetivo é levar a resposta dinâmica do sistema a um estado desejado. Para isso, o clássico Controle por Modos Deslizantes (CMD) teve a ele incorporado uma Rede Neural

---

<sup>1</sup>Este texto foi apresentado como Tese de Doutorado no Programa de Pós- Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do Dr. Wallace Moreira Bessa, em Outubro de 2020.



Artificial (RNA). A função da RNA é aumentar a acurácia do controlador quando este deve lidar com perturbações externas, incertezas no modelo dinâmico e não linearidades na planta ou na saída do atuador. As não linearidades consideradas no trabalho são: histerese na planta, saturação e zona morta assimétrica no sinal de controle. A prova de estabilidade do controle Inteligente é realizada analiticamente utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov.

São apresentadas diversas simulações numéricas, em um primeiro momento, avaliando o comportamento estático das LMFs e dos CLMFs e posteriormente as respostas dinâmicas dos osciladores propostos e a efetividade das técnicas de controle apresentadas.

# Sumário

<b>Dedicatória</b>	<b>iv</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Apresentação</b>	<b>vii</b>
<b>Sumário</b>	<b>ix</b>
<b>Introdução</b>	<b>11</b>
<b>Referencial Teórico</b>	<b>15</b>
Vibrações Mecânicas . . . . .	15
Introdução e Histórico . . . . .	15
Vibração livre amortecida e não amortecida . . . . .	17
Vibrações forçadas . . . . .	17
Osciladores com um Grau De Liberdade (GDL) . . . . .	18
Ressonância em estruturas . . . . .	19
Vibração Induzida Por Escoamento . . . . .	20
Ligas com Memória de Forma . . . . .	22
Introdução e Histórico . . . . .	22
Aplicações . . . . .	23
Transformação de Fase devido à Temperatura . . . . .	27
Pseudo-Elasticidade . . . . .	28
Efeito Memória de Forma . . . . .	29
Equações Constitutivas para LMF . . . . .	30
Compósitos . . . . .	34
Compósitos Reforçados com Fibras . . . . .	35
Compósitos com Ligas com Memória de Forma (CLMF) . . . . .	35
Modelos para Compósitos . . . . .	37
Dinâmica Não Linear e Caos . . . . .	38
Ponto Fixo, Espaço de Fase e Órbitas . . . . .	39
Bifurcações e Diagramas de Bifurcação . . . . .	40
Expoentes de Lyapunov . . . . .	44
Controle de Sistemas Não Lineares . . . . .	45
Controle por Modos Deslizantes . . . . .	47
Controle Inteligente . . . . .	50
Considerações Finais do Capítulo . . . . .	53
<b>Metodologia</b>	<b>54</b>
<b>Modelos Matemáticos</b>	<b>57</b>
Oscilador com um Grau de Liberdade . . . . .	57
Equações de Governo . . . . .	59
Equação de Governo com o Modelo de Falk . . . . .	59
Equação de Governo com o Modelo de Brinson . . . . .	60

Equação de Governo com o Modelo de Brinson, amortecimento quadrático e parâmetros flutuantes . . . . .	60
Adaptando o Modelo de Brinson . . . . .	61
Controle do Oscilador . . . . .	61
Controle Passivo . . . . .	62
Controle Ativo . . . . .	63
Caso A: Modelo com Histerese . . . . .	63
Controle Inteligente de Sistemas com Zona-morta Assimétrica . . . . .	65
Considerações Finais do Capítulo . . . . .	70
<b>Simulações Numéricas e Análise de Resultados</b>	<b>71</b>
Algumas Informações para as Simulações . . . . .	71
Análise Estática . . . . .	72
Modelo Polinomial . . . . .	72
Modelo com Histerese . . . . .	73
Análise Dinâmica . . . . .	77
Modelo Polinomial . . . . .	78
Modelo com Histerese . . . . .	82
Controle Ativo . . . . .	84
Caso A: Modelo com Histerese e saturação . . . . .	84
Caso B: Modelo com histerese, zona-morta assimétrica, saturação e parâmetros flutuantes . . . . .	86
Caso C: Resposta Caótica . . . . .	87
<b>Conclusões</b>	<b>92</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>94</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>96</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>97</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>97</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>98</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>99</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>100</b>
<b>Índice Remissivo</b>	<b>106</b>
<b>Sobre o autor</b>	<b>107</b>

# Introdução

Chaminés altas, periscópios de submarinos, linhas de transmissão de energia elétrica, bastões de combustível nuclear, aerofólios, pontes e até edifícios, vibram violentamente sob determinadas condições de escoamento de fluido ao seu redor (Rao, 2011). Esta vibração é conhecida como Vibração Induzida por Escoamento (VIE) e é um problema encontrado em muitas aplicações práticas da engenharia. Este tipo de vibração ocorre quando um escoamento de fluido interage e excita dinamicamente um sólido ou estrutura flexível (Bearman, 2011). Naudascher and Rockwell (2005) definem três mecanismos responsáveis por provocar vibrações em estruturas, entre eles o mecanismo de Vibração Induzida por Vórtices que ocorre quando a frequência de formação de vórtices é próxima o bastante da frequência natural da estrutura (Williamson and Govardhan, 2004). Para este mecanismo a amplitude da vibração pode ser reduzida modificando a estrutura ou as condições do escoamento. Neste contexto, estruturas e materiais inteligentes podem ser usados para controle passivo e ativo de VIE e de vibrações oriundas de outras fontes.

O termo *Estruturas e Sistemas Inteligentes* têm sido usado para identificar sistemas mecânicos capazes de mudar suas propriedades físicas para atender uma tarefa específica (Bessa et al., 2013). Esta idéia inovadora tem conduzido diversas pesquisas nas mais diversas áreas da engenharia. As Ligas com Memória de Forma (LMF) é um exemplo destes materiais inteligentes e desde sua descoberta por pesquisadores da U.S. Naval Ordnance Laboratory (Buehler et al., 1963) as LMFs vêm despertando interesses de inúmeros pesquisadores que buscam explorar suas propriedades e aplicá-las em diversos segmentos da indústria, tais como na indústria aeroespacial (Hartl and Lagoudas, 2007), civil (Dong et al., 2011), (Huang et al., 2018), (Dolce and Cardone, 2011), petrolífera (Anderson and Sangesland, 1999), biomédica (Duerig et al., 1999) e (Machado and Savi, 2003), como atuadores (Benefan et al., 2014) e absorvedores de vibrações mecânicas (Casciati et al., 2008).

Mesmo com a descoberta de novos materiais e com a quantidade de tipos de materiais que existem, algumas necessidades específicas exigem que materiais tenham um conjunto de propriedades não encontradas nos materiais já conhecidos. Para sanar algumas dessas necessidades, Ashby and Bréchet (2003) identificaram duas possíveis abordagens, que são elas: o desenvolvimento de novos materiais ou a elaboração de um material híbrido que combine características de materiais existentes. Os Compósitos com Ligas com Memória de Forma (CLMF) são bons

exemplos da vertente citada por Ashby.

Os Compósitos com Ligas com Memória de Forma (CLMF) surgiram ao utilizar fibras de LMFs em matrizes poliméricas, metálicas ou cerâmicas. Seus estudos começaram com Rogers and Robertshaw (1988) ao embutiram fibras de LMF em uma matriz polimérica, e foram seguidos por outros pesquisadores que estudaram o comportamento termomecânico dos CLMFs, como Baz and Ro (1994), Yamada et al. (1993), Damanpack et al. (2014) e Ganilova and Cartmell (2010). Este último estudou a influência da estrutura periódica das fibras de LMF em uma estrutura sanduíche e a consequente influência em suas propriedades mecânicas. LMFs e Compósitos com LMFs foram estudados para uso em estruturas sujeitas a abalos sísmicos. Dolce and Cardone (2011) investigam a Pseudoelasticidade do *Nitinol* em diferentes temperaturas, taxas de deformação e ciclos de carregamento próximos aos de eventos sísmicos. Vignoli et al. (2020) estudaram a capacidade de dissipação de energia e atenuação de vibrações sísmicas em uma estrutura com CLMFs. Os pesquisadores avaliaram a dissipação de energia para diferentes matrizes e diferentes frações volumétricas e fibra no compósito. O uso de compósitos atuadores na forma de barras e vigas foram estudados por diversos pesquisadores, entres eles pode-se citar Chaudhury and Rogers (1992) *apud* Lester et al. (2015), Lagoudas and Tadjbakhsh (1992) e Barrett and Gross (1996). Estruturas mais complexas foram estudadas por Simpson and Boller (2008) em morfagem de asas e por Turner et al. (2006) em um motor a jato adaptativo. Lester et al. (2015) fazem uma revisão ampla sobre sistemas com Compósitos com memória de Forma e suas aplicações.

Devido a natureza não linear da fibra de LMF, o compósito com memória de forma pode apresentar uma resposta periódica ou uma resposta caótica. Machado and Lagoudas (2006) e Savi et al. (2011) investigaram o comportamento não linear das LMFs e seu uso em controle passivo de vibrações mecânicas. Em outros artigos, esses autores investigaram as respostas caóticas que a LMF pode apresentar, (Savi and Pacheco, 2002), (Machado et al., 2003) e (Savi, 2015) utilizando ferramentas de diagnóstico de caos, tais como Diagramas de Bifurcação, Retrato de Estados e Expoentes de Lyapunov. Estas mesmas ferramentas foram utilizadas por Moussa et al. (2012) e Piccirillo and Goes (2011) em sistemas com LMFs. Já Vignoli et al. (2017) fizeram simulações numéricas da resposta caótica de um oscilador com CLMF e apresentaram diagramas de bifurcação e o espectro de Lyapunov usando como parâmetro a fração volumétrica de fibra de LMF em uma matriz polimérica linear.

Devido a não linearidade presente nas LMFs e nos CLMFs, assim como na maioria dos materiais ditos inteligentes, é necessário utilizar técnicas de Controle Não Linear para obter eficácia no controle da estrutura. Bessa et al. (2013) utilizaram a técnica de Controle por

Modos Deslizantes com compensação Fuzzy para o controle de estruturas inteligentes. Outros pesquisadores também usaram técnicas de controle em sistemas com LMFs. Guzmán et al. (2019) empregaram arames de LMF para movimentar um braço robótico e usaram o controle PD, Controle por Modos Deslizantes e Controle Adaptativo para obter o estado desejado. Mirzakhani et al. (2019) projetaram um dedo robótico com dois graus de liberdade e usaram fios de LMF, e um controlador PID, para controlar a posição. É importante destacar que nenhum desses pesquisadores usaram técnicas de controle com Redes Neurais Artificiais somada a alguma técnica de controle robusto.

O presente trabalho apresenta um novo controlador inteligente baseado na técnica de Controle por Modos Deslizantes (CMD) aperfeiçoado por uma rede neural de Função Base Radial (FBR) e o aplica em um sistema dinâmico com LMFs. O CMD fornece robustez ao controlador diante de incertezas na modelagem da dinâmica e incertezas paramétricas. No entanto, ele não é capaz de controlar com eficácia na presença de uma não linearidade tipo zona morta assimétrica. A rede FBR tem aqui a função de lidar com a zona morta e de se adaptar e aprender diante de mudanças na planta do sistema. Deste modo, o controlador proposto é capaz de lidar com não linearidades não diferenciáveis como zona-morta assimétrica, histerese e saturação e também é capaz de lidar com incertezas na modelagem da dinâmica do sistema mecânico e com perturbações externas.

Para demonstrar a robustez do controlador, é feita uma prova de estabilidade usando a teoria de estabilidade de Lyapunov e o lema de Barbalat aplicado ao caso de zona morta assimétrica. O desempenho do controlador é avaliado através de simulações numéricas de osciladores com ligas com memória de forma. A combinação de LMFs com atuadores lineares fornece redundâncias para o controle de vibrações em estruturas.

No trabalho foram utilizados dois modelos constitutivos para a LMF: o modelo polinomial proposto por Falk (1980) e o modelo com cinética de transformação de fase proposto por Brinson (1993). No oscilador com o modelo de Brinson, a tarefa do controlador foi lidar com a histerese da LMF, zona-morta assimétrica e saturação no sinal dos atuadores lineares, flutuação dos parâmetros do modelo dinâmico e desconhecimento deste. No oscilador com o modelo polinomial a tarefa do controlador foi controlar um sistema dinâmico apresentando respostas caóticas.

Este trabalho foi dividido em seis capítulos:

**Introdução:** é feita uma introdução à tese, onde é apresentado o problema das vibrações em estruturas, a existência e aplicação dos chamados *Materiais Inteligentes*, o comportamento não linear desses materiais, a utilização de Controles Não-Lineares e por último é apresentado

o objetivo do trabalho e sua divisão.

**Referencial Teórico:** foram apresentados conhecimentos já consolidados sobre temas essenciais para o desenvolvimento do trabalho. São estes: Vibrações Mecânicas, Ligas com Memória de Forma e Compósitos, estudo da Dinâmica de Sistemas Não Lineares e Teoria do Caos e por último, Controle de Sistemas Não Lineares.

**Metodologia:** é apresentada a metodologia do trabalho, as etapas da pesquisa e a descrição de cada uma delas.

**Modelos Matemáticos:** são apresentadas as equações de governo dos osciladores estudados. Também é apresentada uma adaptação do modelo de Brinson para ser usado em um oscilador, as leis de controle e uma demonstração da estabilidade do controlador.

**Simulações Numéricas e Análise de Resultados:** são apresentados os resultados das simulações numéricas para o comportamento do LMF e CLMF com o modelo polinomial e com o modelo com histerese. O estudo foi dividido em três partes: o estudo da Estática, o estudo da Dinâmica Não-Linear e o Controle dos osciladores.

**Conclusões:** são apresentadas as conclusões do trabalho e são expostas propostas para trabalhos futuros

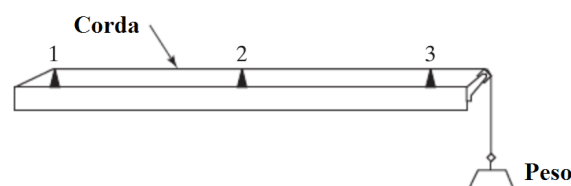
# Referencial Teórico

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos teóricos essenciais para o desenvolvimento do trabalho. Ele é iniciado com uma breve revisão sobre o assunto de *Vibrações Mecânicas*, uma vez que, no presente trabalho, elas são apresentadas como um problema a ser controlado. Em seguida, são apresentadas as *Ligas com Memórias de Forma* e os *Materiais Compostos*, ambos considerados presentes em estruturas sob o efeito de vibrações mecânicas. Devido a natureza não linear das ligas com memória de forma, e do fato que a natureza é inerentemente não linear, é apresentado um estudo das respostas de sistemas dinâmicos não lineares, podendo essas serem periódicas, quase periódicas e caóticas. Também são apresentados conceitos e ferramentas comuns no estudo da *Teoria do Caos*. Por fim, são apresentadas duas técnicas de *Controle Não Linear*, o *Controle por Modos Deslizantes* e o *Controle Inteligente*. Essas técnicas foram escolhidas devido suas capacidades de lidar com não linearidades e incertezas presentes nos sistemas dinâmicos tratados.

## Vibrações Mecânicas

### *Introdução e Histórico*

O interesse pelo estudo da Vibração começou na antiguidade através da utilização de instrumentos musicais e veio a se desenvolver pela primeira vez como ciência por intermédio do filósofo e matemático grego Pitágoras ao estudar um instrumento simples denominado monocórdio (figura 1) (Rao, 2011). Após as observações de Pitágoras outros gregos também buscaram estudar a música através das vibrações harmônicas. Entre eles Aristóteles (350 a.C.), com sua obra *Elementos de Harmonia*, e Euclides (300 a.C.) com a publicação de *Introdução aos Harmônicos*.



**Figura 1.** Monocórdio. Fonte: (Rao, 2011).

Além dos gregos, os chineses também realizaram estudos sobre as vibrações mecânicas, no



entanto, suas preocupações estavam voltadas para o estudo dos terremotos. Em 132 d.C. foi criado o primeiro sismógrafo do mundo (figura 2). Este sismógrafo indicava apenas a direção e o sentido dos tremores, e não conseguia mensurar a magnitude do terremoto.



**Figura 2.** Sismógrafo Chinês. Fonte: <https://meiobit.com/arquivo/ciencia-new/>

Os estudos continuaram com Galileu (1564-1642) que, conforme se contam, certo dia entediado com o sermão da igreja desviou sua atenção para o movimento do balançar de uma candelabro. Começou então a medir o período de oscilação usando sua própria pulsação como parâmetro. Galileu constatou que o período era independente da amplitude do movimento e isto o conduziu a realizar experimentos com o pêndulo simples. Em 1687 publicou *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* onde discute corpos vibratórios.

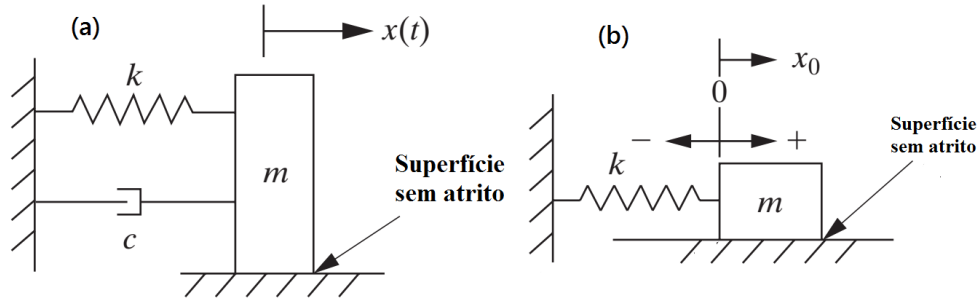
Outros grandes nomes da ciência como Robert Hooke (1635-1703), sir. Isaac Newton (1642-1727), Brook Taylor (1685-1731), Daniel Bernoulli (1700-1782), Leonard Euler (1707-1783), Joseph Lagrange (1736-1813) e G. R. Kirchhoff (1824-1887) também deram grandes contribuições para o estudo das vibrações mecânicas.

A partir do século XIX os estudos das vibrações mecânicas *Não Lineares* ganhou notoriedade na comunidade científica. Henri Poincaré (1854-1912) desenvolveu o método de perturbação em 1892 em conexão com o problema da atração gravitacional entre três corpos. Em 1892 Aleksandr Lyapunov (1857-1918) apresentou a Teoria da Estabilidade de Lyapunov, que serve como uma espécie de alicerce para o estudo da estabilidade em sistemas dinâmicos. Outros notáveis pesquisadores como Duffing e Van der Pol também deram suas contribuições para a resolução e aplicação dos estudos das vibrações não lineares.

Dado o fato que a natureza é essencialmente não linear é de extrema importância fazer um aprofundamento das técnicas e conceitos dos sistemas não lineares. Deste modo é possível obter uma maior compreensão das riquezas de respostas que estes sistemas podem apresentar.

### *Vibração livre amortecida e não amortecida*

Se após uma perturbação inicial, e em seguida cessada, o sistema continuar a vibrar por conta própria, diz-se que está ocorrendo uma vibração livre. Caso exista um elemento de dissipação de energia no sistema a vibração é dita Amortecida (figura 3a), caso contrário o sistema é dito Não Amortecido (figura 3b).



**Figura 3.** Vibração Livre com amortecimento(a) e sem amortecimento (b).

A equação de governo para a vibração livre não amortecida com um grau de liberdade, apresentada na figura 3b, é dada pela equação 1 abaixo

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (1)$$

O oscilador amortecido com um grau de liberdade apresentado na figura 3a é governado pela equação dinâmica 2.

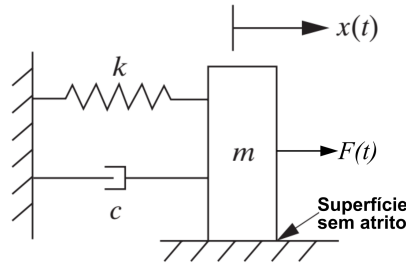
$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2)$$

Nas equações 1 e 2 os parâmetros  $m$ ,  $c$  e  $k$  são respectivamente a massa, a constante de amortecimento e a constante elástica do sistema. As soluções, para estas equações diferenciais ordinárias (EDO) de 2º ordem homogênea, irão depender dos valores de  $m$ ,  $c$  e  $k$ . Para a equação 2, o sistema pode ser Subamortecido, Superamortecido e Criticamente Amortecido. O desenvolvimento das soluções analíticas podem ser encontradas em livros textos de vibrações mecânicas (Rao, 2011), (Inman, 2014) e (Meirovitch, 2001). Métodos numéricos para resolução de EDOs podem ser encontrados em Chapra (Chapra and Canale, 2016).

### *Vibrações forçadas*

Quando o sistema está sujeito à ação de uma força de excitação externa, diz-se que a vibração resultante é uma *vibração forçada*. A figura 4 apresenta um sistema com um grau de

liberdade sujeito a uma força de excitação externa  $F(t)$ . A vibração forçada pode ser com ou sem amortecimento.

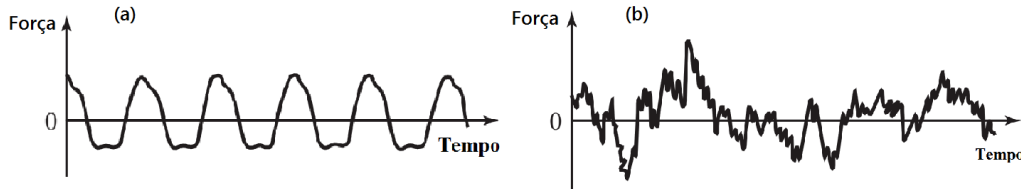


**Figura 4.** Sistema de um grau de liberdade com forçamento externo e amortecimento.

A equação de governo para o sistema acima é dada por 3. Se a força de excitação externa for do tipo harmônica e os parâmetros  $m$ ,  $c$  e  $k$  forem lineares, a solução geral é a soma de uma solução homogênea ( $x_h$ ) e uma solução particular ( $x_p$ ),  $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ .

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (3)$$

A força de excitação externa  $F(t)$  também pode ser periódica não harmônica (figura 5a) ou aleatória (figura 5b).



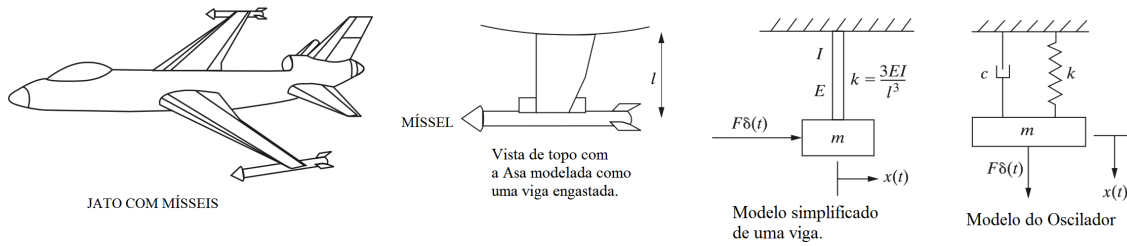
**Figura 5.** Excitação periódica (a) e Excitação aleatória (b). Fonte: Adaptado de (Rao, 2011).

### *Osciladores com um Grau De Liberdade (GDL)*

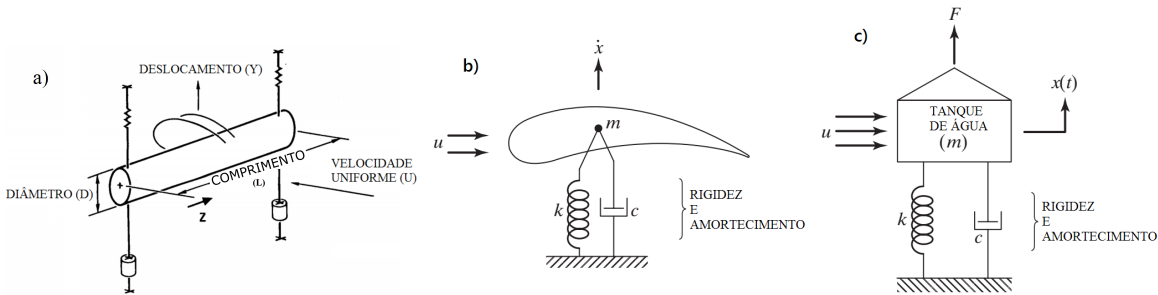
Na figura 6 Inman (Inman, 2014) apresenta uma modelagem de uma asa a partir do lançamento de um míssil e simplifica o sistema a um oscilador com um grau de liberdade (GDL). Outros sistemas, também representados como um oscilador com um GDL, são mostrados na figura 7. Basicamente todo sistema mecânico pode ser representado nessa forma simplificada, evidentemente com perdas de informações.

A equação 4 representa de modo geral um sistema vibratório amortecido, com excitação externa e um grau de liberdade.

$$\Sigma F_D + \Sigma F_R + \Sigma F_{ext} = M\ddot{y} \quad (4)$$



**Figura 6.** Modelagem de uma asa a partir do lançamento do míssil. Fonte: Adaptado de (Inman, 2014).

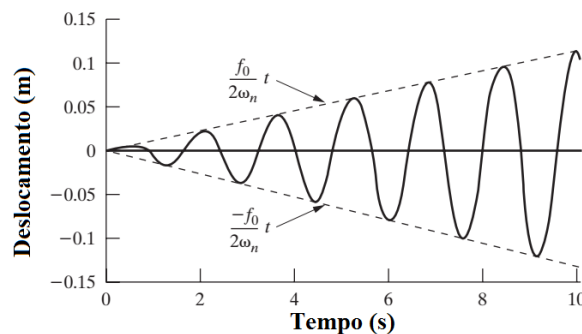


**Figura 7.** Osciladores com um GDL. Adaptado de: (Blevins, 1990)(a) e (Rao, 2011) (b) e (c).

onde,  $\Sigma F_D$  representa o somatório de todas as forças que promovem a dissipação de energia do sistema,  $\Sigma F_R$  representa o somatório de todas as forças de restituição atuantes,  $\Sigma F_{ext}$  representa o somatório das forças de excitação externa e  $M\ddot{y}$  representa o elemento de inercia do sistema mecânico.

### Ressonância em estruturas

Um fenômeno bastante conhecidos na engenharia é o fenômeno de *Ressonância*. A ressonância ocorre quando a frequência da força de excitação externa é igual à frequência natural do sistema. Como resultado, a amplitude da resposta do sistema aumenta indefinidamente como apresentado na figura 8. Esse aumento na amplitude de resposta do sistema é algo indesejável e pode levar a estrutura ao colapso.



**Figura 8.** Resposta de um sistema massa-mola em condições de ressonância. Fonte: Adaptado de (Inman, 2014).

A ponte de Tacoma (figura 9) entrou em colapso no ano de 1940 devido a um problema de ressonância. A frequência de excitação do vento entrou em ressonância com a frequência natural da ponte.



**Figura 9.** Colapso da ponte Tacoma Narrows. Fonte: <http://www.lib.washington.edu/>

### *Vibração Induzida Por Escoamento*

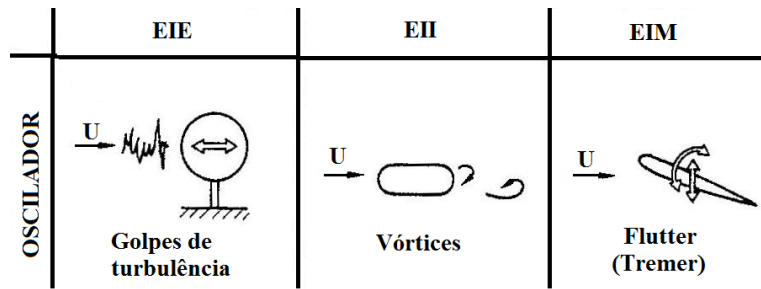
Vibração Induzida por Escoamento é um problema encontrado em muitas aplicações práticas da engenharia, onde um escoamento de fluido excita e interage dinamicamente com um sólido ou estrutura flexível. Chaminés altas, periscópios de submarinos, linhas de transmissão de energia elétrica, bastões de combustíveis nuclear e aerofólios, podem vibrar violentamente sob certas condições de escoamento de fluido ao seu redor (Rao, 2011).

Em chaminés altas, por exemplo, a frequência de emissão dos vórtices pode coincidir com a frequência natural da estrutura, ocasionando o fenômeno de ressonância. Em carros em alta velocidade, as forças e vibração induzidas pelo fluxo podem ocasionar problemas com o controle e a estabilidade do veículo. E em aeronaves também pode acontecer vibração não desejada ocasionada pelo escoamento do fluido.

Segundo Naudascher e Rockwell (2005), o fenômeno de vibração induzida por escoamento é tratado em diversas áreas da engenharia, e cada uma possui terminologias particulares. No presente trabalho é considerada a classificação quanto à fonte de excitação sobre estruturas ou partes de estruturas imersas em meio fluido. É apresentado na figura 10 uma possível classificação quanto das fontes excitadoras.

A *Excitação Induzida Externamente (EIE)* é causada por flutuações na velocidade do escoamento, ou na pressão, que são independente de qualquer instabilidade no escoamento originados a partir de oscilações da estrutura.

A *Excitação Induzida por Instabilidade (EII)* é uma instabilidade criada devido à interação entre o escoamento e a estrutura. Neste caso ocorre o desprendimento de vórtices à jusante



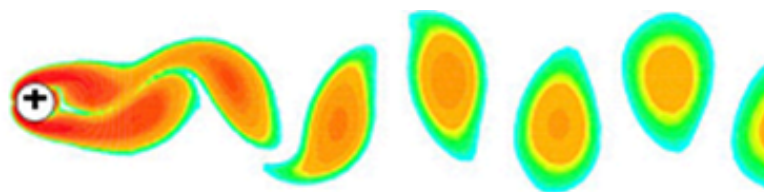
**Figura 10.** Fontes de excitação. Fonte: Adaptado de (Naudascher and Rockwell, 2005).

da estrutura e a força de excitação é produzida inteiramente por flutuações de pressão gerada por esses vórtices, conduzindo a um mecanismo denominado *Auto-excitado*. A principal característica do IIE é a possibilidade de ocorrer uma sincronização entre a frequência de emissão dos vórtices e a frequência natural da estrutura, aumentando consideravelmente a amplitude de vibração da estrutura.

A *Excitação Induzida por Movimento (EIM)* ocorre devido o surgimento de forças flutuantes a partir do movimento vibratório do corpo, sendo portanto um outro mecanismo de vibração auto excitadas.

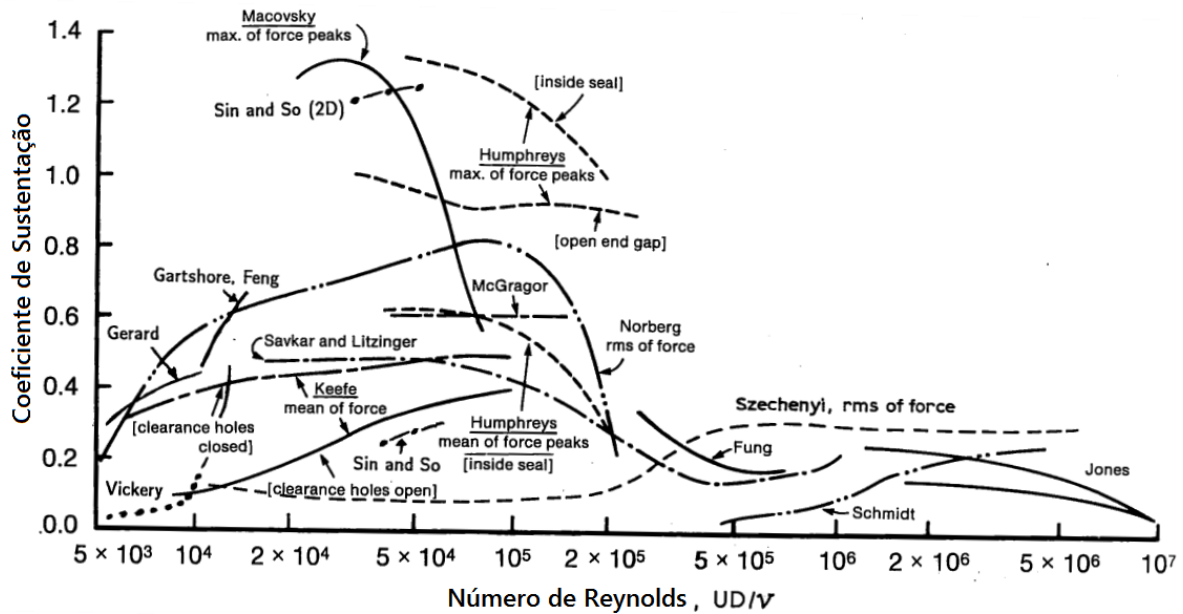
Frequentemente vibrações induzidas por escoamento em sistemas complexos apresentam uma mistura do *EIE*, *IIE* e *MIE*.

É apresentada na figura 11 uma estrutura de formação de vórtices chamada de Vórtices de Von Karma. Ela ocorre devido à diferença entre a velocidade do fluido em contato com o corpo e a velocidade livre do escoamento, que juntamente com o gradiente de pressão adverso gerado formam esses vórtices.



**Figura 11.** Vórtices de Von Karma. Fonte: (Seyyed, 2014).

Problemas reais envolvendo a dinâmica dos fluidos são inerentemente complexos, o que produz incertezas durante a medição e conseqüentemente quanto à utilização dos parâmetros que são muitas vezes considerados constantes. São apresentados na figura 12 dados experimentais do coeficientes de sustentação de um cilindro estacionário sob efeito de vibrações induzidas por vórtices. É nítido que para um determinado número de Reynolds foram obtidos diferentes coeficiente de sustentação, a depender das peculiaridades de cada metodologia experimental e da complexa natureza da dinâmica dos fluidos.



**Figura 12.** Medidas do coeficiente de sustentação em cilindro estacionário sob efeito de VIVs. Fonte: (Blevins, 1990).

Também é extremamente comum flutuações na velocidade do escoamento a montante da estrutura. Essas flutuações no escoamento provocam vibrações não desejadas na estrutura ou parte dela. Fox (Fox and McDonald, 2001) divide a velocidade em um escoamento turbulento em duas componentes, uma representando a média da velocidade do escoamento  $\bar{U}$  e outra representando as flutuações em torno da média  $U'$  (equação 5). Esta equação foi usada nas simulações apresentadas no capítulo "Simulações Numéricas e Análise de Resultados".

$$\hat{U} = \bar{U} + U' \tag{5}$$

## Ligas com Memória de Forma

### *Introdução e Histórico*

As Ligas com Memória de Forma (*LMF*) foram inicialmente descobertas por pesquisadores da U.S. Naval Ordnance Laboratory, que estudaram efeitos da transformação de fase nas propriedades mecânicas em ligas de *Ni-Ti* (Buehler et al., 1963). A estas ligas foram dadas o nome de *Nitinol* que é uma combinação de NiTi mais as iniciais do nome do laboratório.

Segundo Savi *et al.* (Paiva et al., 2003) *LMFs* são ligas metálicas que sob a imposição de um campo de temperatura ou de tensão experimentam uma transformação de fase e desenvolvem consideráveis forças de restituição e/ou uma recuperação da geometria original do corpo.

Para melhor usufruir das propriedades desta liga, diversos modelos matemáticos foram de-

envolvidos tentando descrever de forma adequada seu comportamento termomecânico. A modelagem destas ligas possui duas abordagens, uma microscópica e uma macroscópica. A abordagem microscópica leva em consideração aspectos metalúrgicos e a macroscópica considera aspectos fenomenológicos das ligas. Na abordagem macroscópica foram desenvolvidos diversos modelos, dentre eles os polinomiais, os modelos com cinética de transformação de fase, modelos com restrições internas e modelos baseados na plasticidade.

Um amplamente conhecido modelo polinomial foi proposto por Falk (Falk, 1980), (Falk, 1983). Este modelo define uma energia livre de Helmholtz na forma polinomial e possui como grande vantagem a sua simplicidade. Esta simplicidade na modelagem do comportamento termomecânico também é uma desvantagem, fazendo com que o modelo tenha uma aplicação mais qualitativa.

Os modelos com cinética de transformação de fase consideram funções matemáticas conhecidas para descrever as transformações entre as fases *Martensita* e *Austenita*. Inicialmente foi proposto por Tanaka e Nagaki (Tanaka, 1985), (Tanaka and Nagaki, 1982), e seguido por inúmeros outros pesquisadores como Liang e Rogers (Liang and Rogers, 1990), Brinson (Brinson, 1993) e Boyd e Lagoudas (Boyd and Lagoudas, 1996). Estes modelos apresentam inúmeras comprovações experimentais.

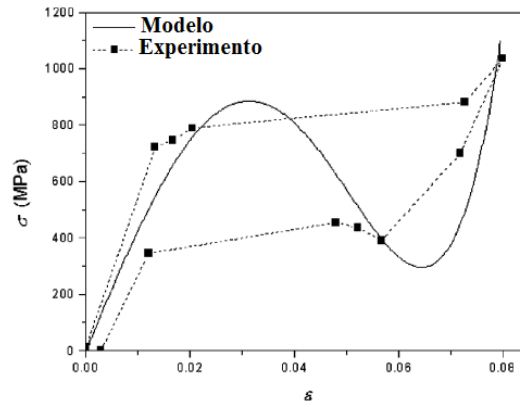
Modelos com restrição interna foram desenvolvidos por Fremond (Fremond, 1987), (Fremond, 1996), Savi et al. (Savi et al., 2002) e Baêta Neves et al. (Baeta-Neves et al., 2004). Estes últimos promoveram modificações no modelo original proposto por Fremond. Segundo Simo e Taylor (Simo and Taylor, 1986), os modelos baseados em plasticidade se propõem a explorar as ideias bem estabelecidas da teoria da elastoplasticidade apud Savi (Paiva et al., 2003). Outros pesquisadores seguiram esta linha de raciocínio, entre eles Auricchio e Lubliner (Auricchio and Lubliner, 1997), Auricchio e Sacco (Auricchio and Sacco, 1997), Kasper e Govindjee (Govindjee and Kasper, 1997) e Leclercq et al. (Leclercq et al., 1995).

É apresentada na figura 13 uma curva tensão-deformação de uma LMF, obtida experimentalmente e via simulação, do modelo polinomial proposto por Falk (Falk, 1980), (Falk, 1983). Já na figura 14 são apresentadas as curvas para os modelos propostos por Tanaka e Nagaki, Liang e Rogers e para o modelo proposto por Brinson.

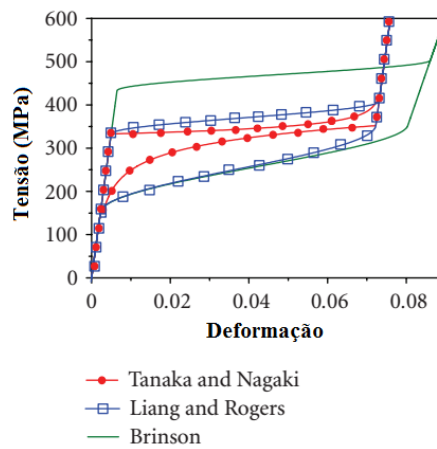
## ***Aplicações***

As ligas com memória de forma estão sendo aplicadas nas mais diversas áreas da indústria. Sua implementação na indústria aeroespacial vem abrangendo áreas de estruturas em asas de





**Figura 13.** Curva  $\sigma$  vs.  $\epsilon$  experimental e prevista com o modelo polinomial. Fonte: Adaptado de (Bessa et al., 2013).

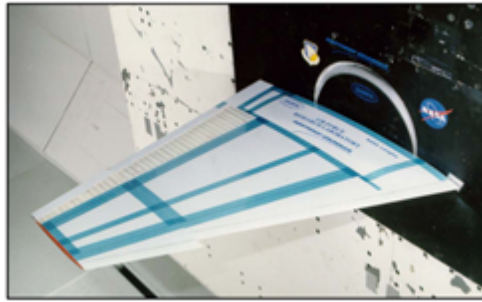


**Figura 14.** Curvas  $\sigma$  vs.  $\epsilon$  para modelos com cinética de transformação de fase assumida. Fonte: (Paiva and Savi, 2006).

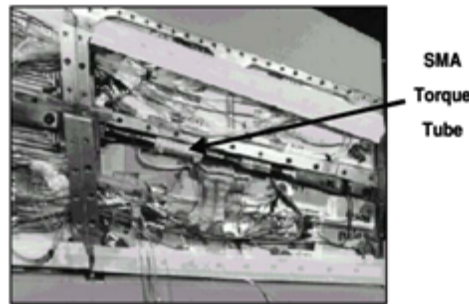
aeronaves, helicópteros e naves espaciais (Lagoudas, 2008). Uma das mais conhecidas aplicações foi um acoplamento de tubulação hidráulica usado no F-14 em 1971 (Melton, 1999) apud Lagoudas (2008).

As figuras 15 e 16 são fotos do projeto SMART Wing Project. Neste projeto foram utilizados atuadores de LMF em asas, em escala, de um F-18. O atuador apresentou-se satisfatório para uma escala de dezesseis por cento do tamanho original, no entanto, o atuador em forma de tubo não seria suficientemente forte para atuar em escala real. Este trabalho foi desenvolvido como parte do Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA) contratado pelo Northrop Grumman e monitorado pela Air Force Research Lab (AFRL).

Atuadores de LMF sendo utilizados em uma turbina Chevron são apresentados na figura 17. Os atuadores dobram os chevrons alterando o fluxo de ar pela turbina dependendo da altitude e velocidade de voo, reduzindo o ruído e aumentando o desempenho. Na figura 18 são apresentados os contornos de tensão, em uma análise por elementos finitos, devido à atuação

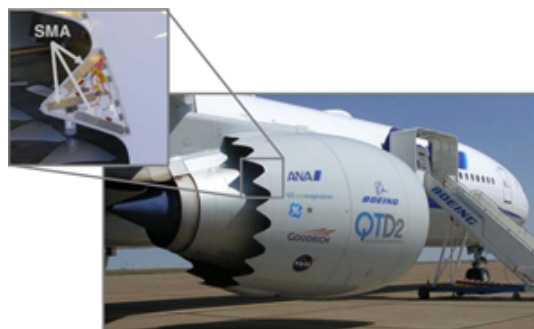


**Figura 15.** Vista total da Smart Wing. Fonte: (Sanders et al., 2004).



**Figura 16.** Vista cortada da Smart Wing mostrando o tubo de SMA. Fonte: (Sanders et al., 2004).

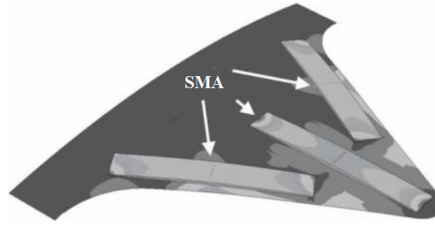
dos componentes de SMA no chevron.



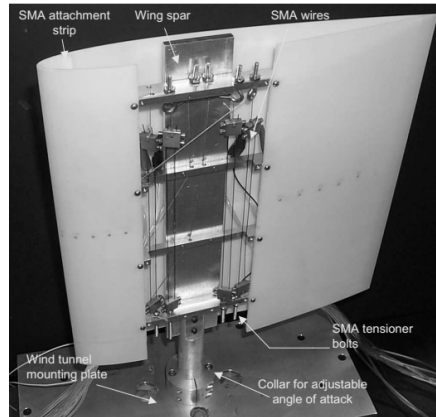
**Figura 17.** Geometria variável chevron em um Boeing. Fonte: (Mabe et al., 2006).

É apresentado na figura 19 um protótipo de um aerofólio com atuadores de LMF. O objetivo da pesquisa foi maximizar a razão sustentação-arrasto, alterando a forma do aerofólio para condições de escoamento subsônico (Strelec et al., 2003). Essa transformação de parâmetros geométricos na asa (*Morphing*) também foi estudada por Bil et al. (Bil et al., 2013) e é apresentado na figura 20, em um túnel de vento, o aerofólio utilizado por Bil.

O efeito memória de forma e a pseudoelasticidade, acoplados a biocompatibilidade da liga de NiTi fazem destas ligas muito atrativas para aplicações médicas. As combinações destas características conduziram ao desenvolvimento de várias aplicações tais como *stents*, filtros, fios ortodônticos e instrumentos para cirurgias minimamente evasivas (Lagoudas, 2008). É apresentado na figura 21 a aplicação de fios de LMF na ortodontia e na figura 22 é apresentada



**Figura 18.** Análise com elementos finitos. Fonte: (Hartl and Lagoudas, 2007).

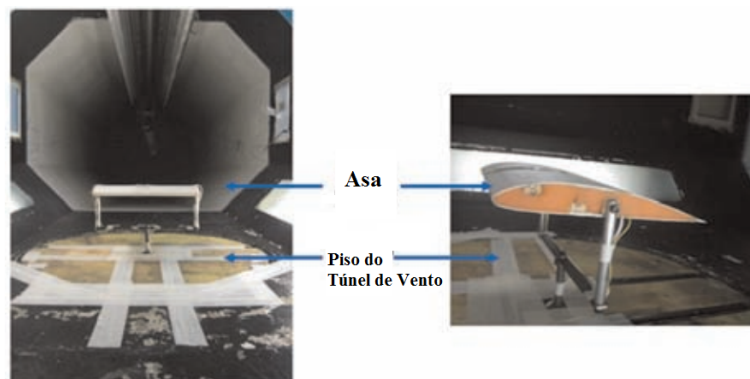


**Figura 19.** Protótipo do aerofólio com atuadores de LMF. Fonte: (Strelec et al., 2003).

aplicações em dispositivos cardiovasculares.

Também há diversas investidas na utilização do *Nitinol* em aplicações ortopédicas, em ossos enfraquecidos ou fraturados. É apresentado na figura 23a dispositivos espaçadores da coluna vertebral (Duerig et al., 1997) *apud* (Lagoudas, 2008) e na figura 23b uma representação do uso de um LMF porosa para implantes ósseos artificiais (Lagoudas and Vandygriff, 2002). Machado e Savi (Machado and Savi, 2003) fazem uma revisão das características termomecânicas do LMF e apresentam algumas aplicações biomédicas para este material.

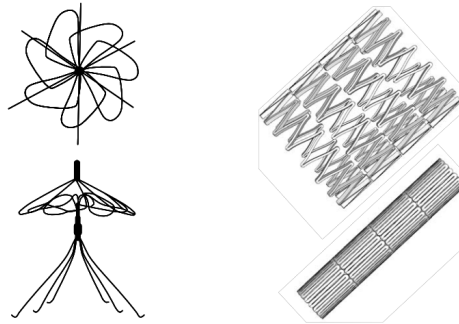
As LMFs estão sendo estudadas para inúmeras outras aplicações. Blank (Le Blanc, 2001), (Le Blanc, 2002), apresenta algumas considerações sobre aplicações destes materiais na indústria do petróleo. O mesmo foi feito por Anderson e Sangesland (Anderson and Sangesland, 1999).



**Figura 20.** Morphing de asa no túnel de vento. Fonte: (Bil et al., 2013).



**Figura 21.** Aplicação ortodôntica do LMF. Fonte: (Lagoudas, 2008).

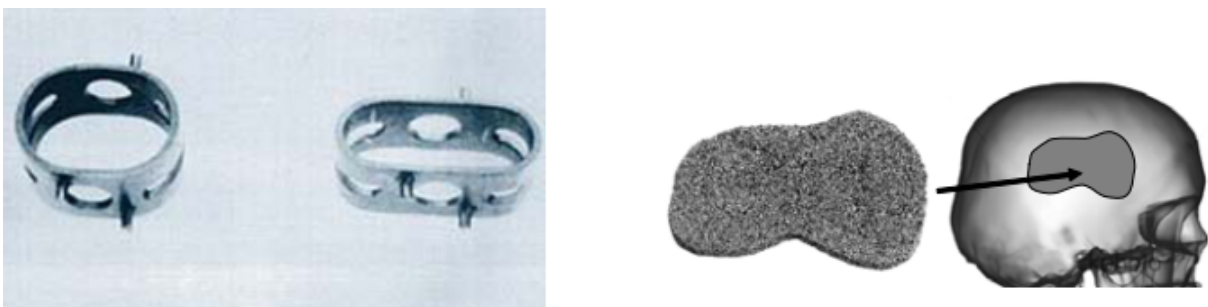


**Figura 22.** Dispositivos cardiovasculares: filtro Simon (a) e Stent (b). Fonte: (Lagoudas, 2008).

É apresentado na figura 24 uma armação de óculos feita de LMF, que na temperatura ambiente e com estado livre de tensões apresenta-se na fase austenita estável. Ao ser deformado e logo após retirada a força ele volta à forma original (não deformada).

### *Transformação de Fase devido à Temperatura*

Uma das propriedades das Ligas com Memória de Forma (LMF) é a alteração de sua estrutura cristalina com a variação da temperatura. A uma determinada temperatura chamada de “temperatura fria”, a liga apresenta a microestrutura Martensita estável. Para uma determinada temperatura crítica, a forma martensítica torna-se instável e ocorre a transformação para uma microestrutura Austenita. O processo inverso de transformação de uma microestrutura Austenita para Martensita ocorre com o decréscimo da temperatura a partir de uma “tempera-



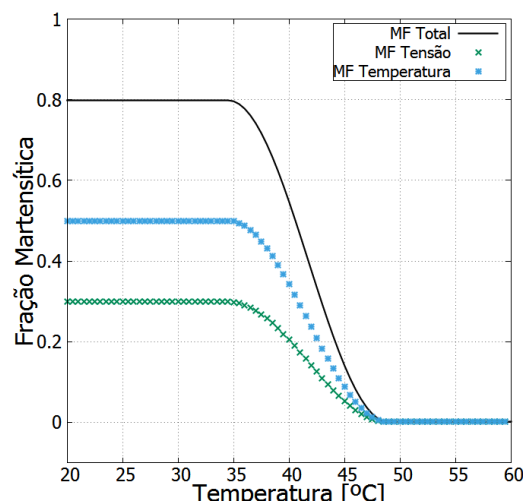
**Figura 23.** Aplicações ortopédicas do LMF. Fonte: (Lagoudas, 2008).



**Figura 24.** Armação de óculos de LMF. Fonte: (Lagoudas, 2008).

tura quente” onde a fase austenítica é estável. É apresentada na figura 25 a variação da Fração Martensítica (MF) em função da temperatura (T).

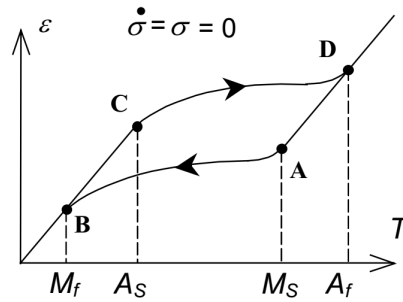
As transformações de fase e a deformação  $\epsilon$  em função da temperatura são apresentadas na figura 26. São observadas três regiões distintas: duas delas relacionada a trechos lineares e uma terceira região formada por um laço de histerese. As regiões lineares correspondem à expansão térmica das fases Austenita e Martensita, e a terceira região está relacionada à transformação de fase (Paiva et al., 2003). Na figura 26,  $A_S$  representa a temperatura na qual a fase austenítica se inicia e na temperatura  $A_f$  a transformação cessa. Já  $M_S$  e  $M_f$  são as temperaturas de início e término, respectivamente, da transformação de fase martensítica.



**Figura 25.** Fração de Martensita (MF) em função da temperatura (T).

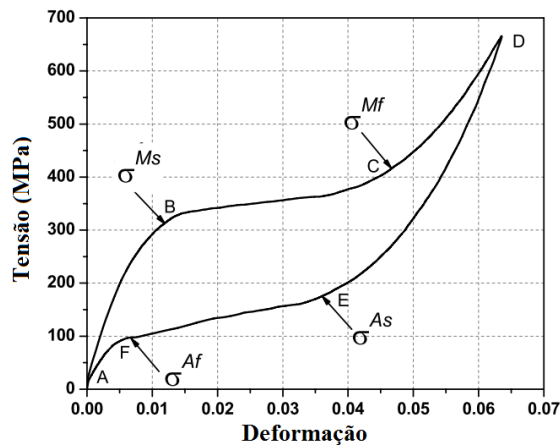
### *Pseudo-Elasticidade*

Para uma temperatura acima da temperatura final austenítica  $A_f$ , a liga apresenta-se na forma de Austenita estável. Ao aplicar um carregamento ocorre a transformação da microestrutura da fase austenita para martensita não maclada associada a tração ( $M+$ ) quando uma tensão crítica ( $\sigma$ ) é atingida. No entanto, essa última fase é instável para “temperaturas



**Figura 26.** Transformação de fase devido à variação da temperatura. Fonte: (Paiva et al., 2003).

quentes”, acima da temperatura  $A_f$ , e quando o LMF é descarregado ocorre à transformação inversa de martensita para austenita ( $M \rightarrow A$ ). Observa-se também o aparecimento do laço de histerese no caminho formado pelo ciclo de carregamento e descarregamento A, B, C, D, E, F, A, como apresentado na figura 27. Esse lado de histerese tem como característica a dissipação de energia.

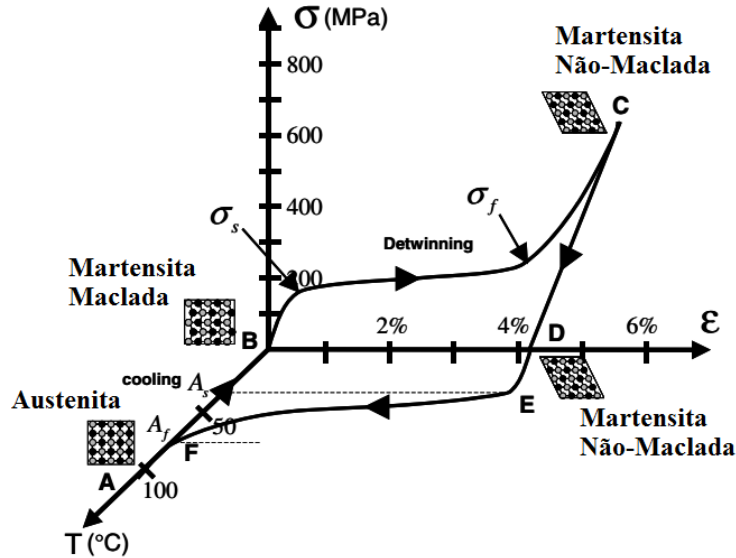


**Figura 27.** Comportamento pseudoelástico típico de uma LMF. Fonte: Adaptado de (Lagoudas, 2008).

### *Efeito Memória de Forma*

LMF também exibe um *Efeito Memória de Forma (EMF)*. Este efeito é descrito e melhor compreendido ao observar a figura 28 e acompanhar a sequência a seguir. No ponto A, o material possui uma forma, e sua microestrutura se encontra na fase austenítica. Ao ser resfriado até B e com um estado de tensões nulo, o material passa para uma estrutura martensítica com 24 variantes, chamada de martensita maclada (Savi, 2006). Submetendo o material a um carregamento, ocorre uma reorientação dos grãos surgindo uma variante  $M+$  chamada de martensita não-maclada (detwinned). Isso ocorre após a tensão aplicada exceder um nível de tensão inicial  $\sigma_S$  (Lagoudas, 2008). O processo é completado para um nível de tensão,  $\sigma_f$ , e no

ponto C existe somente esta última variante de martensita. Ao ser descarregado de C para D o estado de martensita não-maclada é mantido, e o material fica com uma deformação residual. Quando aquecido até uma temperatura  $A_s$  (Ponto E), inicia-se uma transformação a partir da fase martensita para a fase austenita. Quando a temperatura atingir o nível de  $A_f$  (ponto F), o material estará somente com a fase austenita e retornara a sua forma original (ponto A).



**Figura 28.** Tensão x Deformação x Temperatura, para o efeito memória de forma de um típico LMF. Fonte: Adaptado de (Lagoudas, 2008).

## *Equações Constitutivas para LMF*

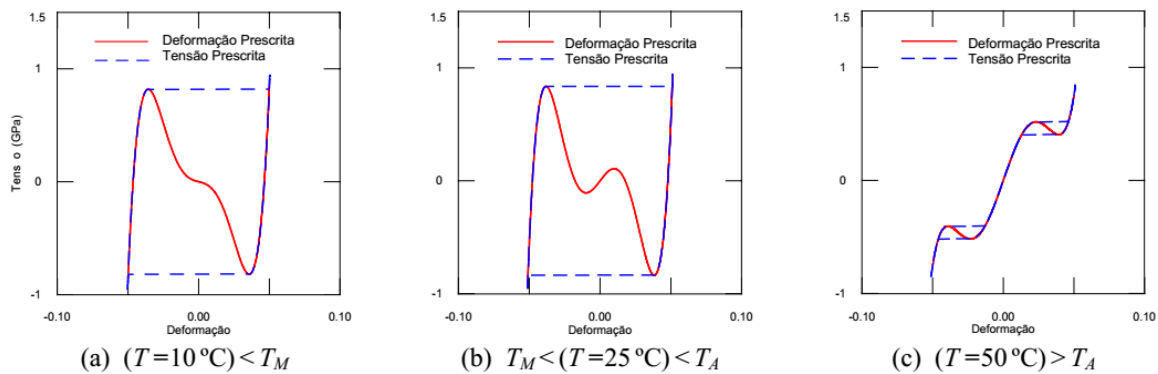
### *Modelo Polinomial de Falk*

Falk propôs um modelo baseado na teoria de Devonshire e utiliza a energia livre de Helmholtz na forma polinomial. Ele inicialmente propôs um modelo unidimensional (Falk, 1983) e posteriormente estendeu para três dimensões (Falk and Konopka, 1990). O modelo de Falk não leva em consideração variáveis internas, possuindo como variáveis-estado somente a deformação  $\epsilon$  e a temperatura  $T$ .

A tensão é expressa pela equação 6. Na equação,  $\sigma$  representa a tensão,  $\epsilon$  a deformação,  $W$  a energia potencial armazenada na liga,  $a$  e  $b$  são constantes positivas do material,  $T_A$  é a temperatura acima da qual a fase austenita é estável e  $T_M$  é a temperatura abaixo da qual a martensita é estável.

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial \epsilon} = a(T - T_M)\epsilon - b\epsilon^3 + \frac{b^2}{4a(T_A - T_M)}\epsilon^5 \quad (6)$$

É apresentado na figura 29 as curvas Tensão *versus* deformação para o modelo polinomial sob diferentes temperaturas.



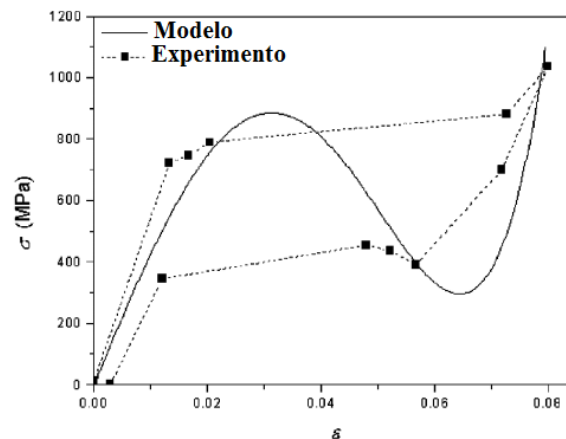
**Figura 29.** Curvas tensão deformação para o modelo polinomial. Fonte: (Paiva et al., 2003).

Este modelo, apesar de ter se popularizado devido a sua simplicidade, representa de forma qualitativa o comportamento termomecânico das Ligas com Memória de Forma. Segundo Paiva *et al.* (Paiva et al., 2003) “o modelo não contempla a fase martensítica não-maclada (M), por isso não existe fase estável para  $T < T_M$  livre de tensões”.

É apresentado na figura 30 uma curva Tensão *vs.* Deformação obtida experimentalmente e uma prevista pelo modelo polinomial. Ela reforça que o modelo polinomial é mais indicado para uma primeira investigação, como análise qualitativa.

### Modelo de Brinson

Este modelo considera uma terceira variável estado  $\beta$ , além da deformação  $\epsilon$  e da temperatura  $T$ . Esta variável representa a fração volumétrica da fase martensítica. A relação constitutiva entre a tensão  $\sigma$  e as demais variáveis pode ser expressa de forma generalizada



**Figura 30.** Curva Tensão-Deformação experimental e prevista com o modelo polinomial. Fonte: Adaptado de (Bessa et al., 2013).



pela equação 7.

$$\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon} + \Omega\dot{\beta} + \theta\dot{T} \quad (7)$$

Onde  $E$  representa o tensor de elasticidade,  $\Omega$  o tensor de transformação e  $\theta$  o tensor termoe-lástico.

Como ocorre o fenômeno de transformação de fase ao aplicar uma tensão e/ou uma temperatura, a fração volumétrica de martensita é expressa pelos valores instantâneos de tensão e temperatura.

$$\beta = f(\sigma, T) \quad (8)$$

Diversos pesquisadores propuseram modelos para a forma da função da equação 8. Tanaka e Nagaki (Tanaka and Nagaki, 1982) propuseram um modelo cuja transformação de fase é descrito por uma função exponencial. Boyd e Lagoudas (Boyd and Lagoudas, 1996) apresentaram modificações ao modelo de Tanaka que permitiram o desenvolvimento de uma teoria tridimensional. Liang e Rogers (Liang and Rogers, 1990) apresentaram um modelo unidimensional que considera uma lei de transformação de fase envolvendo cossenos. Brinson (Brinson, 1993) apresentou uma inovação ao separar a variável interna  $\beta$  em duas novas variáveis:  $\beta_T$ , que representa a fração martensítica induzida por temperatura e  $\beta_S$ , que representa a fração martensítica induzida por tensão. De tal modo que a fração martensítica total é dada pela soma das duas (equação 9).

$$\beta = \beta_S + \beta_T \quad (9)$$

No modelo proposto por Brinson a equação 7 toma a forma da equação 10. O subscrito “0” refere-se aos valores iniciais das respectivas variáveis.

$$\sigma = \sigma_0 + E(\beta)\epsilon - E_0(\beta_0)\epsilon_0 + \Omega(\beta)\beta_S - \Omega_0(\beta_0)\beta_{S0} + \theta(T - T_0) \quad (10)$$

Brinson também estabeleceu uma relação linear entre o módulo de elasticidade da fase austenítica  $E_A$  e da fase martensítica  $E_M$ , e é apresentado na equação 11.

$$E(\beta) = E_A + \beta(E_M - E_A) \quad (11)$$

O tensor de transformação  $\Omega$  é função do módulo de Young multiplicado pela deformação residual máxima  $\epsilon_L$ . E pode ser obtido pela equação 12.

$$\Omega(\beta) = -\epsilon_L E(\beta) \quad (12)$$

A cinética de transformação de fase da austenita para a martensita é dada pelas equações 13 a 15. Onde  $M_S$ ,  $M_f$ ,  $A_S$ ,  $A_f$  são temperaturas de transição, designadas como a martensita start, martensita finish, austenita start e austenita finish, respectivamente. As constantes  $C_M$  e  $C_A$  são propriedades do material que descrevem a relação da temperatura e a tensão crítica para induzir a transformação,  $\sigma^{cr}$ .

Para  $T > M_S$  e  $\sigma_s^{cr} + C_M(T - M_S) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_S)$

$$\begin{aligned} \beta_S &= \frac{1 - \beta_{S0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_S)] \right\} + \frac{1 + \beta_{S0}}{2} \\ \beta_T &= \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1 - \beta_{S0}} (\beta_S - \beta_{S0}) \end{aligned} \quad (13)$$

Para  $T < M_S$   $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$

$$\begin{aligned} \beta_S &= \frac{1 - \beta_{S0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} [\sigma - \sigma_f^{cr}] \right\} + \frac{1 + \beta_{S0}}{2} \\ \beta_T &= \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1 - \beta_{S0}} (\beta_S - \beta_{S0}) + \Delta_{T\beta} \end{aligned} \quad (14)$$

onde  $\Delta_{T\beta}$  é dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se, } M_f < T < M_S \text{ e } T < T_0 \\ \Delta_{T\beta} = \frac{1 - \beta_{T0}}{2} \{ \cos[a_M(T - M_f)] + 1 \} \\ \text{Se não,} \\ \Delta_{T\beta} = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

A conversão inversa de martensita para austenita é expressa pelas equações a seguir.

Para  $T > A_S$  e  $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_S)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{\beta_0}{2} \left\{ \cos \left[ a_A \left( T - A_S - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \\ \beta_S = \beta_{S0} - \frac{\beta_{S0}}{\beta_0} (\beta_0 - \beta) \\ \beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{\beta_0} (\beta_0 - \beta) \end{array} \right. \quad (16)$$

As constantes  $a_A$  e  $a_M$  são obtidas pelas equações abaixo,

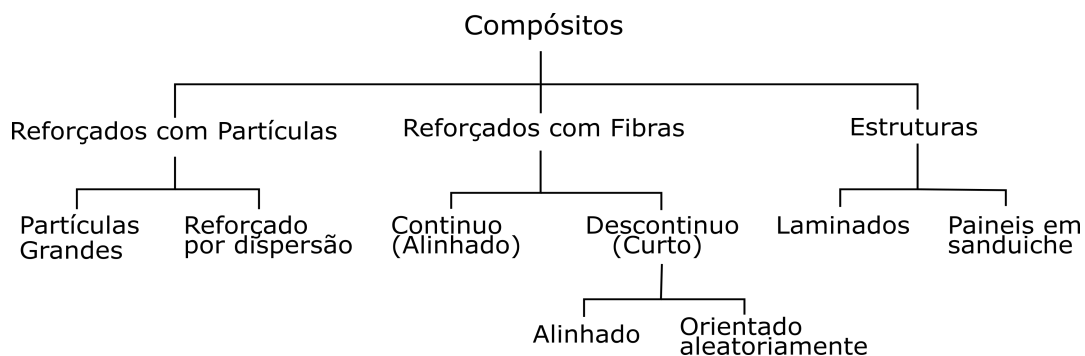
$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_S} \quad a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} \quad (17)$$

Este modelo ganhou popularidade devido ter diversas comprovações experimentais.

## Compósitos

Diante da crescente necessidade de materiais para atender determinadas especificidades, Ashby e Bréchet (Ashby and Bréchet, 2003) identificaram duas possíveis abordagens: o desenvolvimento de novos materiais ou a elaboração de um material híbrido que combine características de materiais existentes. Esta última abordagem trata do Princípio da Ação Combinada. Um compósito é entendido como a combinação de materiais que “exibe uma proporção significativa das propriedades de ambas as fases que o constituem, tal que é obtida uma combinação melhor das propriedades” (Callister, 2014).

A maioria dos compósitos são formados por duas fases, onde uma é denominada *matriz* e uma outra chamada com frequência de *fase dispersa* (Callister, 2014). As propriedades do produto resultante da combinação destas duas fases são função das propriedades das fases constituintes. A matriz envolve a fase dispersa, e esta última pode ter diferentes formatos, tamanhos, distribuições e orientações, onde a variação de parâmetro desta altera as propriedades do composto final. A matriz de um compósito pode ser um metal, um polímero ou uma cerâmica, sendo mais comum a utilização de metais ou polímeros como matriz. Ela tem a função de ligar as fibras, transmitir a tensão aplicada para estas e também de proteger a fibra contra fatores externos que podem danificá-las. É apresentada na figura 31 uma classificação simples para os compósitos, que podem ser reforçados com partículas, reforçados com fibras e compósitos estruturais.



**Figura 31.** Classificação para compósitos. Fonte: (Callister, 2014).

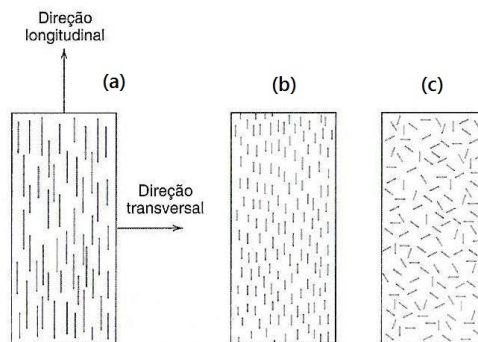
No presente trabalho foi considerado *Compósitos Reforçados com Fibra*. Os mesmos são um pouco mais explanados na seção seguinte e para maiores detalhes recomenda-se verificar livros textos que abordem o assunto sobre Materiais Compósitos, tais como Callister (Callister, 2014) e Mendonça (Mendonça, 2005).

### *Compósitos Reforçados com Fibras*

Os compósitos reforçados com fibras podem ser subclassificados como contínuos, descontínuos alinhado e descontínuos aleatório (figura 31). As fibras para as quais seu comprimento é aproximadamente quinze vezes o comprimento crítico  $l_c$  são denominadas *fibras contínuas*, as fibras descontínuas possuem comprimentos menores do que este. O comprimento crítico é definido pela equação 18. Onde  $d$  é o diâmetro da fibra,  $\sigma_f^*$  é o limite de resistência a tração e  $\tau_c$  é a resistência da ligação fibra-matriz.

$$l_c = \frac{\sigma_f^* d}{2\tau_c} \quad (18)$$

Além do comprimento, as propriedades de um compósito que tem fibras dependem da direção do alinhamento, ou seja, são anisotrópicas. É apresentada na figura 32 uma representação esquemática de compósitos reforçado com fibras longas orientadas em uma direção (32a), de um compósito com fibras curtas orientadas (32b) e de compósitos com fibras curtas dispersas (32c).

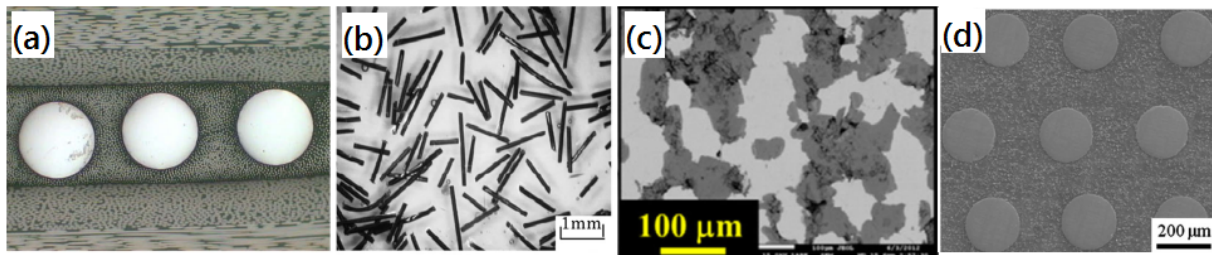


**Figura 32.** Representação esquemática de compósitos reforçados com fibra. Fonte: (Callister, 2014).

### *Compósitos com Ligas com Memória de Forma (CLMF)*

Compósitos com Ligas com Memória de Forma (CLMF) e Compósito Híbrido com Ligas com Memória de Forma (CHLMF) é uma nova classe de material inteligente que está se popularizando e despertando interesses de pesquisadores e engenheiros no mundo. São compósitos

que possuem em sua composição pelo menos uma Liga com Memória de Forma. A matriz que envolve as fibras podem ser poliméricas, cerâmicas ou metálicas. São apresentadas na figura 33 ligas com memória de forma embutidas em diversas matrizes.



**Figura 33.** Compósito com LMF e matriz polimérica(a,b), cerâmica (c) e metálica (d).  
Fonte: Adaptado de (Lester et al., 2015).

Os estudos com esse material começaram com Roger e Robertshaw (Rogers and Robertshaw, 1988) ao embutiram fibras de LMF em uma matriz polimérica, e foram seguido por outros pesquisadores que estudaram o comportamento termomecânico dos CLMFs, como Baz e Ro (Baz and Ro, 1994), Yamada et. al. (Yamada et al., 1993) e Damanpack (Damanpack et al., 2014).

Alguns pesquisadores estudaram o comportamento dinâmico de CLMFs, entre eles Khalili (Khalili et al., 2013) que utilizou o modelo constitutivo de Brinson em compostos com estrutura sanduíche em uma viga e propôs o uso de um método baseado em Elementos Finitos para obter o comportamento dinâmico da viga. Ganilova (Ganilova and Cartmell, 2010) estudou um arranjo "antagônico" de fibras de LMF em uma estrutura sanduíche e a influência na fase de aquecimento e resfriamento das ligas. Ele propôs três conjuntos com LMF, um para aplicar o trabalho mecânico e dois são deixados para resfriamento, melhorando a resposta da LMF a condições dinâmicas. No mesmo trabalho, Ganilova também propôs uma solução analítica aproximada, baseada no método híbrido WKB-Galerkin, para simular vibrações em placas com estrutura sanduíches. Zhang (Zhang et al., 2006) investigou duas configurações de compósito baseado em LMF: uma chapa laminada contendo fios finos de LMF em uma única direção, e um compósito com fios de LMF tecelados, buscado estudar a frequência natural em função da temperatura e a capacidade desses compostos em atenuar vibrações causadas por impacto.

Apesar de ter muitos trabalhos explorando a resposta dinâmica de CLMF, ainda são poucos os pesquisadores que exploram ferramentas como *Diagrama de Bifurcação* e *Expoentes de Lyapunov* para extrair mais informações sobre a dinâmica não-linear de sistemas com CLMF. Zhang e Sheng (Zhang and Sheng, 2016) ao estudarem a estabilidade e a vibração não-linear em um painel laminado com compósito com memória de forma submetido a carregamento aerodinâmico, eles usam o diagrama de bifurcação e o maior expoente de Lyapunov para isto.

Vignoli e Rodrigues (Vignoli et al., 2017) obtiveram o diagrama de bifurcação e o espectro de Lyapunov para um oscilador usando um CLMF. Os pesquisadores investigaram a influência da fração volumétrica de fibra de LMF no tipo de resposta do sistema: periódica e caótica.

O uso de CLMF como atuadores na forma de barras e vigas foram estudados por alguns pesquisadores, entres eles pode-se citar Rogers e Chaudhury (Chaudhury and Rogers, 1992) apud Lester (Lester et al., 2015), Lagoudas (Lagoudas and Tadjbakhsh, 1992) e Barret (Barrett and Gross, 1996). No entanto, esses pesquisadores não usaram um sistema de controle junto ao atuador.

Uma visão geral dos avanços em relação aos CLMFs, os dispositivos que os utilizam, propriedades e características de respostas de sistemas com CLMFs são apresentados por Lester *et al.* (Lester et al., 2015), além de uma comparação entre modelagens de metodologias para descreverem suas respostas.

## ***Modelos para Compósitos***

A seguir são apresentadas algumas equações constitutivas para compósitos. Elas se aplicam a compósitos fibrosos contínuos e com fibras alinhadas na direção do carregamento. Uma outra hipótese é estabelecida, a de *Isodeformação*, ou seja, a ligação interfacial entre a matriz e a fibra é forte o suficiente para que a deformação da matriz e da fibra sejam a mesma. A equação 19 traduz matematicamente a isodeformação. Onde  $\epsilon_c$  é a deformação no compósito,  $\epsilon_f$  a deformação na fibra e  $\epsilon_{Mat}$  é a deformação na matriz.

$$\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_{Mat} \quad (19)$$

Considerando os comprimentos do compósito e das fases fibra e matriz todos iguais ( $l_c = l_f = l_{Mat}$ ) e utilizando a definição da fração volumétrica de fibra  $V_f$  e da matriz  $V_{Mat}$ , a equação da tensão no compósito  $\sigma_C$  é obtida por 20

$$\sigma_C = \sigma_{Mat}(1 - V_f) + \sigma_f V_f \quad (20)$$

Ainda usando a isodeformação, o módulo de Young para o compósito pode ser obtido pela equação 21.

$$E_c = E_{Mat}(1 - V_f) + E_f V_f \quad (21)$$

Na equação 21 o módulo de Young da matriz possui uma relação linear com a tensão, já o Módulo de Young da fibra possui uma relação não-linear com a tensão devido à pseudoplasticidade da LMF. Usando o modelo de Brinson, por exemplo, o módulo de Young da fibra é dado pela equação 22.

$$E_f = \frac{(\sigma - \sigma_0) + E_0(\epsilon_0 - \epsilon_L \beta_S) - \theta(T - T_0)}{\epsilon + \epsilon_L \beta_S} \quad (22)$$

## Dinâmica Não Linear e Caos

O estudo e desenvolvimento das principais leis da dinâmica teve notória contribuição através da figura de *Sir* Isaac Newton ao formular as equações diferenciais, as leis do movimento, da atração gravitacional e do movimento planetário. No entanto, esta última foi formulada para o caso de movimento entre dois corpos e mostrava-se um problema complexo de ser resolvido quando se tratava de três corpos. Henri Poincaré (1854-1912), quase dois séculos depois das descobertas de Newton, introduziu um novo ponto de vista, desenvolvendo uma abordagem geométrica para analisar o problema. Poincaré foi a primeira pessoa a vislumbrar a possibilidade do *Caos* (Strogatz, 1994). No jargão popular, a palavra *Caos* está associada à confusão, desordem e descontrole. Segundo Strogatz (1994), *Caos* é um comportamento aperiódico de longo período de um sistema determinístico, que possui sensibilidade às condições iniciais.

Diversos sistemas dinâmicos que apresentam respostas complexas foram investigados por físicos, matemáticos e engenheiros ao redor do mundo. Entre eles podemos citar Edward Lorenz com os estudos meteorológicos e a obtenção de atratores estranhos em modelos simples de convecção, além de sua famosa frase do *Efeito Borboleta* que diz que *o bater de asas de uma borboleta pode provocar uma tempestade no outro lado do mundo*. Uma metáfora para a sensibilidade às condições iniciais de sistemas dinâmicos não lineares que apresentam comportamento caótico.

Apesar de ser comum encontrar sistemas não lineares em problemas físicos, nem todo sistema não linear apresenta uma resposta caótica. Isso vai depender do número de dimensões e dos parâmetros envolvendo o sistema. A importância de estudar os sistemas não lineares remete ao fato que, os fenômenos da natureza são essencialmente não lineares e sua descrição a partir de modelos não lineares é mais realística. Os materiais inteligentes como as Ligas com Memória de Forma (LMF), os Compósitos com Ligas com Memória de Forma (CLMF) e os Compósitos Híbridos com Memória de Forma (CHLMF), apresentam comportamentos não lineares intrínsecos de suas naturezas não lineares. Eles também podem apresentar comportamentos caóticos

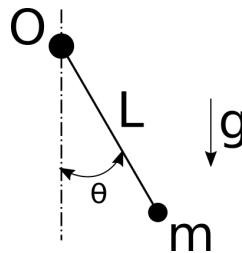
como estudados por Vignoli et al. (2017), Machado et al. (2003), Piccirillo and Goes (2011), Savi (2015), Savi and Pacheco (2002), Moussa et al. (2012) e outros.

A seguir, são apresentados alguns conceitos fundamentais para a compreensão do comportamento apresentado por sistemas dinâmicos não lineares.

## *Ponto Fixo, Espaço de Fase e Órbitas*

### *Ponto Fixo*

Um ponto fixo ou ponto de equilíbrio, é um ponto onde a solução não varia com o tempo. Existem dois tipos de pontos fixos, os estáveis e os instáveis. Como exemplo, é apresentado na figura 34 um pêndulo simples com massa  $m$  e comprimento  $L$ , que está sujeito a uma rotação em torno do ponto  $O$  e à gravidade  $g$ . Para um ângulo  $\theta = 0$ , o pêndulo encontra-se em um ponto de equilíbrio estável. Para um ângulo  $\theta = \pi$ , o pêndulo encontra-se em um ponto de equilíbrio instável. Para qualquer valor de  $\theta$  diferente dos dois citados, o pêndulo não estará em equilíbrio dinâmico.



**Figura 34.** Pêndulo simples

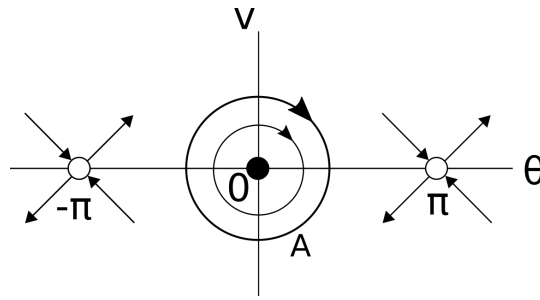
### *Espaço de Fase*

Segundo Savi (2006), o espaço de fase de um sistema dinâmico é definido como o espaço formado pelas variáveis dependentes do sistema. Para o exemplo do pêndulo simples, o espaço de fase pode ser definido pelas variáveis da velocidade  $v$  e da posição angular  $\theta$ , como apresentado na figura 35. Nesta figura, o círculo preenchido representa um ponto fixo estável, enquanto o círculo vazado representa pontos fixos instáveis.

### *Órbitas*

Dado uma condição inicial  $x_0$ , uma órbita  $O(x_0)$  é um conjunto de pontos no espaço de fase que se encontram em uma trajetória que passa por  $x_0$ . Na figura 35,  $A$  representa uma





**Figura 35.** Espaço de Fase de um Pêndulo simples

órbita fechada, que está localizada em torno da vizinhança do ponto fixo localizado na origem do espaço de fase.

### *Bifurcações e Diagramas de Bifurcação*

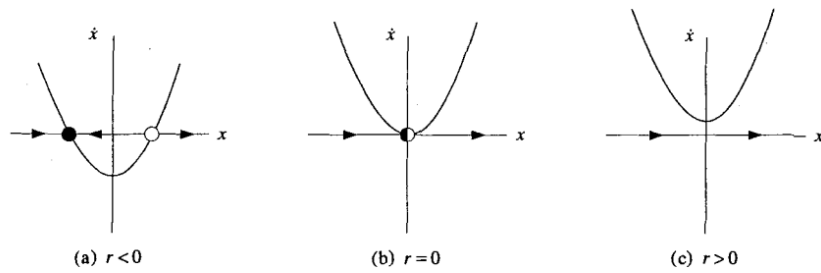
Segundo Savi (2006), o termo Bifurcação está associado a uma mudança qualitativa na estrutura de uma solução de um sistema dinâmico, como consequência de uma variação dos parâmetros do sistema. A Bifurcação está diretamente relacionada ao Caos, de modo que, se um sistema dinâmico apresenta resposta caótica, então este apresenta bifurcações. É interessante destacar que a afirmativa inversa não é verdadeira, um sistema dinâmico pode apresentar bifurcações e não ter resposta caótica.

As bifurcações podem ser Locais ou Globais. As bifurcações Locais ocorrem quando mudanças qualitativas na estrutura da órbita podem ser analisadas na vizinhança de um ponto fixo ou um ponto periódico de um mapa (Medio and Lines, 2003). Já as Globais representam mudanças globais no fluxo de um sistema dinâmico. Com isso a partir da variação de um parâmetro do sistema pode ocorrer uma variação na estrutura das órbitas (Savi, 2006). Em particular, pontos fixos podem ser criados ou destruídos, ou sua estabilidade pode mudar (Strogatz, 1994). Ou seja, ao mudar o valor de um determinado parâmetro  $\alpha$  de  $x$  para  $y$ , um ponto fixo estável pode se tornar instável, e outros pontos fixos podem surgir ou desaparecerem.

Como exemplo de bifurcações locais pode-se citar as bifurcações Sela-Nó, a Transcrítica e a Pitchfork.

Um típico exemplo de bifurcação Sela-Nó é dado pelo sistema de primeira ordem  $\dot{x} = r + x^2$  e é ilustrado na figura 36. O parâmetro  $r$  pode ser positivo, negativo ou zero. O sistema tem dois pontos fixos reais para  $r < 0$ . À medida que  $r$  cresce através de zero e torna-se positivo, os dois pontos fixos colapsam e desaparecem. Além disso, uma mudança qualitativa na dinâmica ocorre em  $r = 0$ , que é chamado Bifurcação Sela-Nó.

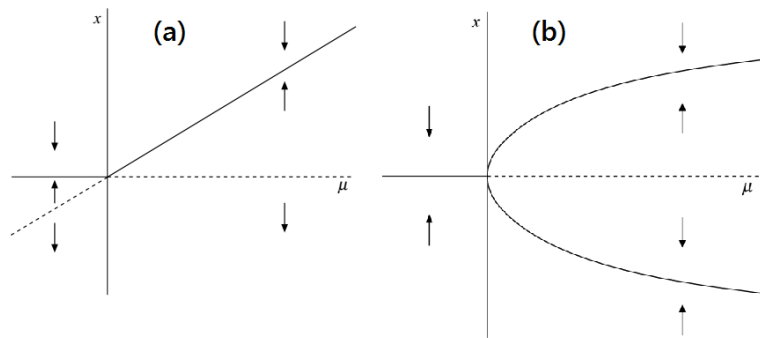
Na bifurcação transcritical (figura 37a), definida pelo sistema de primeira ordem  $\dot{x} = \mu x - x^2$ ,



**Figura 36.** Bifurcação Sela-Nó. Fonte: (Strogatz, 1994).

nenhum ponto fixo aparece ou desaparece, unicamente suas propriedades de estabilidade mudam ao variar o valor do parâmetro  $\mu$ .

Na bifurcação Pitchfork (figura 37b), definida pelo sistema de primeira ordem  $\dot{x} = \mu x - x^3$ , para  $\mu < 0$  o único equilíbrio  $\bar{x}_1 = 0$  é estável. Para  $\mu > 0$ ,  $\bar{x}_1 = 0$  é instável, e os outros dois equilíbrios não triviais são estáveis. Contudo para  $\mu = 0$  temos uma mudança qualitativa da estrutura da órbita.

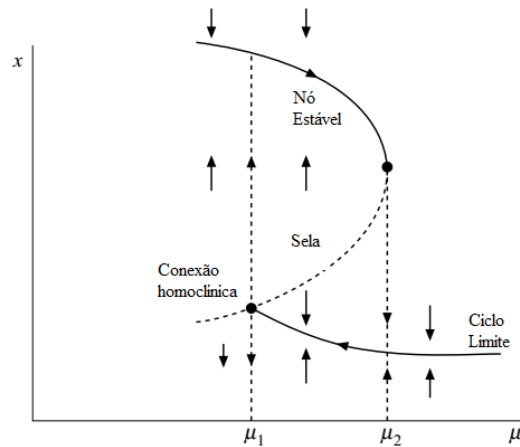


**Figura 37.** Bifurcação Transcrítica (a) e Pitchfork (b). Fonte: (Medio and Lines, 2003).

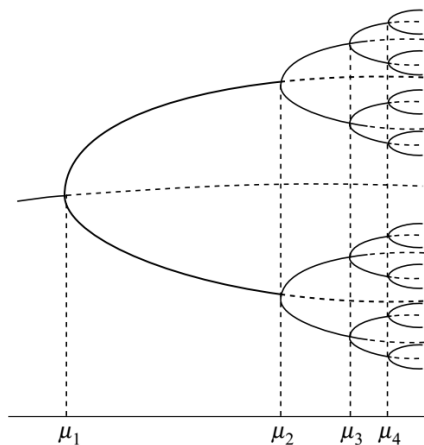
A dinâmica do fenômeno de histerese é apresentada na figura 38. Nela é possível observar a existência de uma bifurcação Sela-Nó, além de outras estruturas como o ciclo limite e a conexão homoclínica. É importante destacar aqui que há a existências de duas órbitas, uma estável (linha sólida) e outra instável (linha tracejada) coexistindo simultaneamente na estrutura Sela-Nó. A órbita instável expulsa o sistema e a órbita estável o atrai. Para um valor inicial do parâmetro  $\mu$  acima do ponto de bifurcação e a esquerda de  $\mu_2$  o sistema se encontra na órbita estável, se for dado uma perturbação  $\eta$  tal que  $\mu_{i+1} = \mu_i + \eta$ , o sistema continuará na órbita estável. Quando o  $\mu_{i+1} = \mu_2$  ocorre à bifurcação, neste ponto um valor adicional a  $\mu_c(\mu$  crítico) fará com que o sistema "salte" para outro atrator. A este salto dar-se o nome de Salto Dinâmico. Seguindo o caminho inverso  $\mu_{i+1} = \mu_i - \eta$  enquanto o  $\mu_1 < \mu < \mu_2$  há a coexistência de duas órbitas estáveis e uma instável (Sela-No + Ciclo Limite) até o momento em que o ciclo limite toca a ramificação instável da Sela-Nó e o sistema sofre um outro salto dinâmico.

A sequência de bifurcações apresentada na figura 39 é chamada de Flip. Ele ocorre quando

um ponto fixo não nulo perde sua estabilidade e surge órbitas estáveis de período-2.



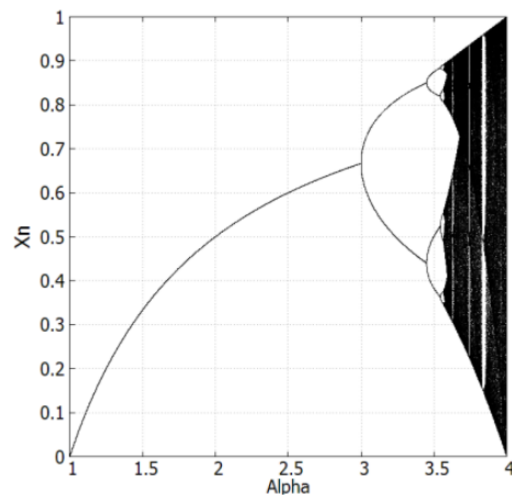
**Figura 38.** Histerese. Fonte: (Medio and Lines, 2003).



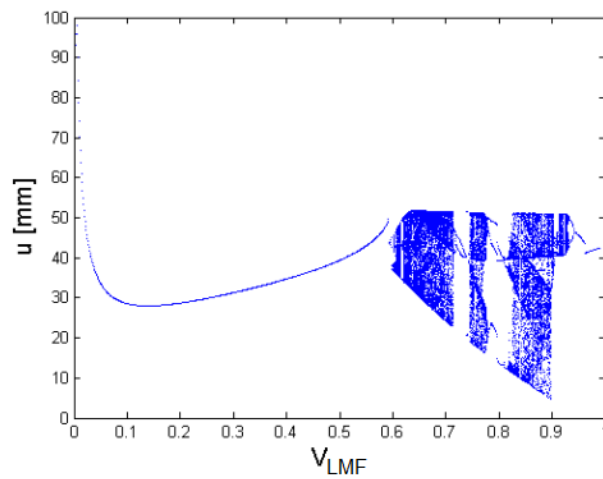
**Figura 39.** Sequência de bifurcações (Flip). Fonte: (Medio and Lines, 2003).

Segundo Thompson and Stewart (1986), o diagrama de bifurcação é uma representação estroboscópica da resposta do sistema a partir de uma variação lenta de um dado parâmetro. A figura 40 apresenta um exemplo de diagrama de bifurcação, que foi gerado utilizando um algoritmo proposto por Parker and Chua (1989). Inicialmente o sistema apresenta a existência de somente uma órbita periódica. Ao aumentar o valor de  $\alpha$  ocorre uma duplicação das órbitas estáveis, segundo o padrão  $2^n$  até o sistema apresentar uma nuvem de pontos. Esta nuvem de pontos é uma característica do comportamento caótico.

É apresentado na figura 41 um diagrama de bifurcação de um oscilador com CHLMF de um grau de liberdade obtido por Vignoli et al. (2017). Nesta figura, o parâmetro variável é a fração volumétrica de fibra de LMF no compósito. É possível verificar que, para valores de  $V_{LMF}$  menores que 0.56, o sistema apresenta um comportamento periódico. Para algum valor entre 0.56 e 0.6, ocorre uma mudança na resposta do sistema, que passa a apresentar respostas caóticas, evidenciadas pela existência da nuvem de pontos no diagrama de bifurcação.



**Figura 40.** Diagrama de Bifurcação do Mapa Logístico de May.



**Figura 41.** Diagrama de bifurcação de um oscilador com CHLMF. Fonte: (Vignoli et al., 2017).

Por fim, o diagrama de bifurcação é muito rico em informações sobre o comportamento qualitativo do sistema. Com ele é possível obter de forma visual quais os valores para os quais ocorre uma mudança na estrutura do sistema. Além de ser possível verificar a rota para o caos e a existência de janelas periódicas, que são comportamentos periódicos ao meio de respostas caóticas.

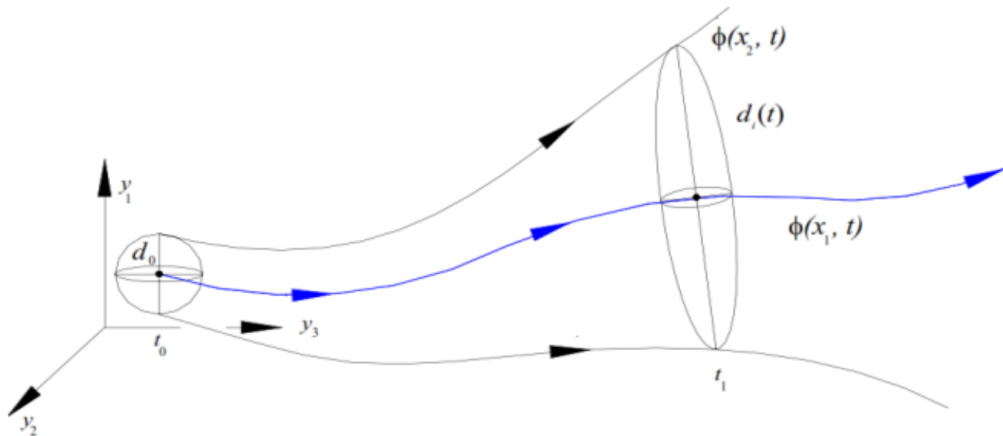
### *Expoentes de Lyapunov*

Para ser chamado de *Caótico*, um sistema deve, entre outras coisas, apresentar sensibilidades às condições iniciais. Segundo Savi (2006) os expoentes de Lyapunov avaliam a sensibilidade às condições iniciais, verificando a divergência exponencial no tempo de trajetórias vizinhas. Uma interpretação geométrica é apresentada na figura 42. As trajetórias  $\phi_1(x_1, t)$  e  $\phi_2(x_2, t)$  estão inicialmente em uma vizinhança definida pela esfera  $d_0$ . Após passar um tempo  $t$ , as trajetórias divergem e a esfera é deformada em um elipsoide. A variação do diâmetro da esfera é dada por,

$$d(t) = d_0 b^{\lambda t} \quad (23)$$

onde  $b$  é uma base de referência, e  $\lambda$  é chamado de expoente de Lyapunov. Assim, os expoentes de Lyapunov são definidos pela equação 24.

$$\lambda = \frac{1}{t} \log_b \left( \frac{d(t)}{d_0} \right) \quad (24)$$



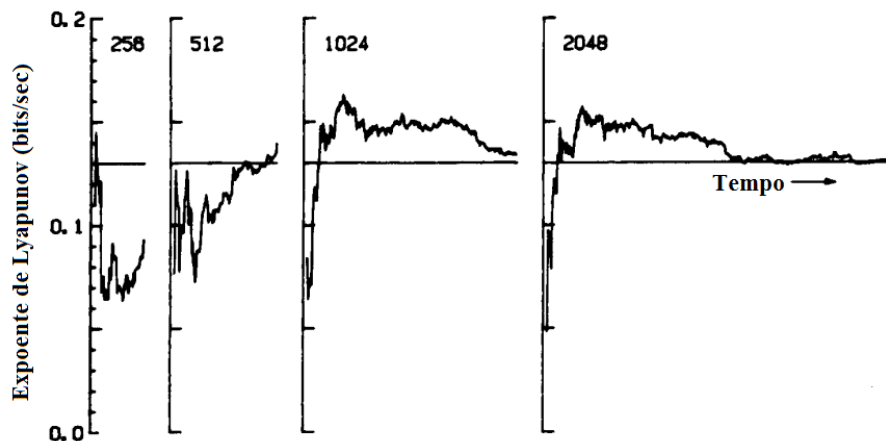
**Figura 42.** Expoente de Lyapunov. Fonte: (Savi, 2006).

Os expoentes de Lyapunov podem ser positivos, negativos ou nulos. Um expoente posi-

tivo é frequentemente tomado como uma assinatura de um comportamento caótico (Wiggins, 2003). Um expoente negativo ou nulo significa que trajetórias vizinhas não se distanciam e o sistema apresenta um comportamento periódico, para valores negativos, ou quase periódico se o expoente for nulo. É importante destacar que, basta um dos expoentes de Lyapunov obtido ser positivo para que o sistema seja caótico. Caso existam mais de um expoente positivo, temos o chamado hipercaos.

Os expoentes de Lyapunov podem ser calculados com o algoritmo proposto por Wolf (1985). A convergência do maior expoente de Lyapunov, usando o algoritmo de Wolf, é apresentada na figura 43. O maior expoente de Lyapunov pode ser plotado em função de um dos parâmetros do sistema, (figura 44), o gráfico obtido é chamado de *Espectro de Lyapunov*.

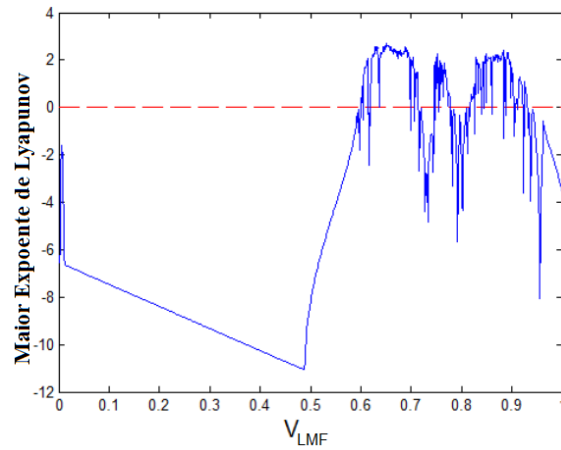
Na figura 44, é apresentado o espectro de Lyapunov para um oscilador com CLMF, utilizando como parâmetro variável a fração volumétrica de fibra de LMF no compósito ( $V_{LMF}$ ). É possível observar que, para valores de  $V_{LMF}$  menores que 0.56 os expoentes são negativos, indicando que o sistema apresenta resposta periódica. Logo após, surgem alguns valores positivos para  $\lambda$ , indicando que o sistema apresenta respostas caóticas para certos valores de  $V_{LMF}$ . É importante ressaltar que existe uma sintonia entre o Diagrama de Bifurcação e o Espectro de Lyapunov obtidos para um determinado sistema dinâmico, como observado ao compararmos as figuras 41 e 44.



**Figura 43.** Convergência do maior expoente de Lyapunov. Fonte: Adaptado de (Wolf, 1985).

## Controle de Sistemas Não Lineares

A natureza é inerentemente não linear, e a maioria dos problemas práticos de engenharia também são Não Lineares. É bastante comum tratar um sistema não linear como um sistema linear aplicando técnicas de linearização em torno de um ponto de operação, e considerando uma



**Figura 44.** Espectro de Lyapunov. Fonte: Adaptado de (Vignoli et al., 2017).

pequena faixa de atuação em torno deste ponto. No entanto, Slotine e Li (Slotine and Li, 1991) citam algumas razões pelas quais pesquisadores nas áreas de engenharia aeroespacial, robótica, processos de controle e biomédica apresentam interesse pelo desenvolvimento e aplicação de técnicas de controle não lineares. Abaixo seguem algumas razões, listadas por esses autores, para a utilização dessas técnicas de Controle Não Linear ao invés do Controle Linear.

- Melhoria dos sistemas de controle existentes: Métodos de Controle Linear são aplicados a plantas bem definidas com faixa de operação pequena. Caso seja necessário aumentar a faixa de operação as técnicas de controle lineares podem não funcionar de modo satisfatório ou até mesmo se tornar instáveis. Métodos de Controle Não Linear conseguem lidar com largas faixas de operação de modo satisfatório.
- Lidar com não linearidades Não Suaves: Estas não linearidades são descontínuas e incluem o atrito seco, a saturação, a zona-morta e a histerese. Métodos de controle linear exigem uma linearização, ou seja, uma diferenciação da função no ponto de operação, o que não se aplica a descontinuidades. Apesar de existirem algumas técnicas como o Anti-WindUp para tratar com a saturação, as técnicas de controle Não Linear apresentam melhores performances.
- Incertezas no modelo: No projeto de controladores lineares é usual considerar que os parâmetros do sistema são conhecidos. Contudo, é comum na prática verificar que existem incertezas na determinação dos parâmetros do modelo ou na própria modelagem. Controladores Não Lineares conseguem lidar com essas incertezas sem perder desempenho.
- Simplicidade no projeto: Projetos de Controle Não Linear podem ser mais simples e mais intuitivos que projetos de Controle Linear.

Algumas classes de controladores não lineares atendem bem as razões acima citadas. São eles o Controle Robusto, o Controle Adaptativo e o Controle Inteligente.

### *Controle por Modos Deslizantes*

Controle por Modos Deslizantes é uma técnica de controle robusto empregada com sucesso em problemas que envolvam sistemas com incertezas paramétricas ou cuja dinâmica não seja totalmente conhecida.

Seja o sistema dinâmico apresentado a seguir

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)u(t) \\ y = x \end{cases} \quad (25)$$

onde  $t$  é o tempo,  $\mathbf{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^\top$  é o vetor com as variáveis estado,  $u$  a variável de entrada de controle,  $y$  a variável de saída do sistema,  $f(\mathbf{x}, t)$  e  $g(\mathbf{x}, t)$  são funções não lineares que representam a dinâmica do sistema e o ganho da ação do controle, respectivamente.

O erro de rastreamento  $\tilde{\mathbf{x}}$ , associado a variável de estado  $x$  é definido por 26, onde  $\mathbf{x}_d$  é o vetor dos parâmetros desejados. O controle consiste basicamente em reduzir o erro de rastreamento  $\tilde{\mathbf{x}}$  a zero ou a valores aceitáveis.

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}]^\top \quad (26)$$

Considerando uma superfície  $S(t)$  no espaço de estado  $\mathbf{R}^{(n)}$  definida por 27

$$s(\mathbf{x}, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(n-1)} \tilde{x} \quad (27)$$

A equação 27 pode ser reescrita na forma da equação 28

$$s(\mathbf{x}, t) = \Lambda^T \tilde{x} \quad (28)$$

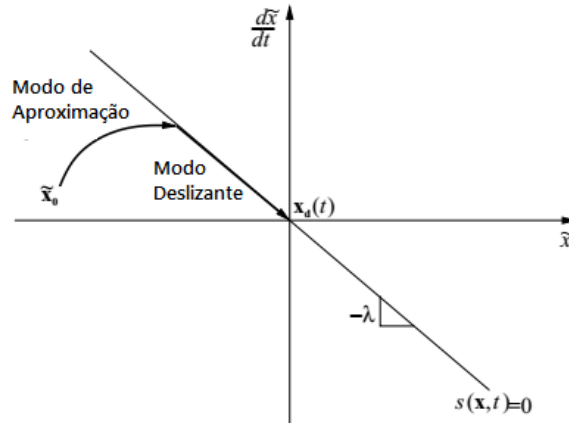
Onde  $\Lambda = [\lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda, c_1]^\top$  e  $c_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$  são coeficientes que fazem o polinômio  $\lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda, c_1$  um polinômio de Hurwitz.

Uma vez que  $\mathbf{x}$  alcance a superfície  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  em um tempo finito, ele segue “deslizando” exponencialmente sobre ela até atingir  $\mathbf{x}_d$ . Deste modo podemos dividir a técnica em duas etapas, uma etapa de aproximação, no qual os estados saem de suas condições iniciais  $x(0)$  até a superfície de deslizamento  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  e a segunda etapa que consiste nos estados permanecerem



na superfície de deslizamento. A segunda etapa pode ser garantida fazendo  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$ .

É apresentado na figura 45 uma interpretação gráfica da evolução do erro no espaço de fase para um sistema de 2ª ordem, quando controlado por modos deslizantes. A superfície de deslizamento é uma linha no plano de fase com inclinação  $\lambda$  e contém o ponto desejado  $\mathbf{x}_d = [x_d, \dot{x}_d]^T$ . Começando a partir de uma condição inicial qualquer, o vetor de estado alcança a superfície de deslizamento em um tempo finito e então desliza ao longo da superfície em direção a  $\mathbf{x}_d$ .



**Figura 45.** Evolução do erro no espaço de fase de um sistema de 2ª ordem. Fonte: (Bessa, 2005).

A primeira derivada da equação 28 em relação a  $t$  é dada pela equação 29. Onde  $\Lambda_u = [0, \lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda]^T$ .

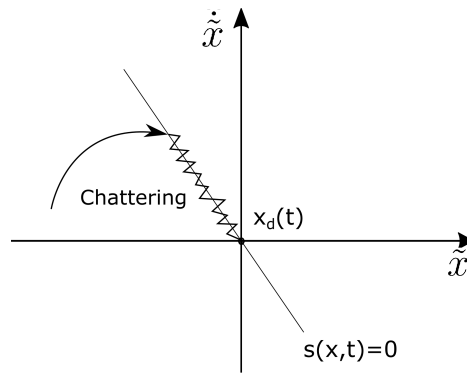
$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = \Lambda^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{x}}^{(n)} + \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (29)$$

A lei de controle é então formulada e apresentada na forma da equação 30.

$$u = \frac{1}{g(\mathbf{x}, t)} \left[ -f(\mathbf{x}, t) + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right] \quad (30)$$

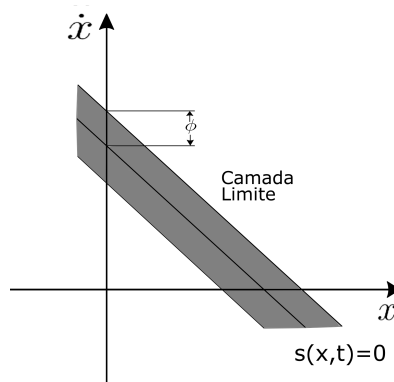
A fim de reconhecer a presença de incertezas e perturbações, a lei de controle tem que ser descontínua em torno da superfície  $S(t)$ . Visto que a implementação da troca de controle é necessariamente imperfeita, isto conduz a oscilações excessivas da variável manipulada, conhecidas como *chattering* (figura 46). Em sistemas mecânicos o *chattering* pode provocar vibrações estruturais no equipamento.

Em geral *chattering* deve ser eliminado para que o controlador tenha um bom desempenho. Isto pode ser obtido suavizando a descontinuidade do controle com uma fina camada limite próxima à superfície de deslizamento (figura 47). Esta suavização pode ser obtida pela substi-

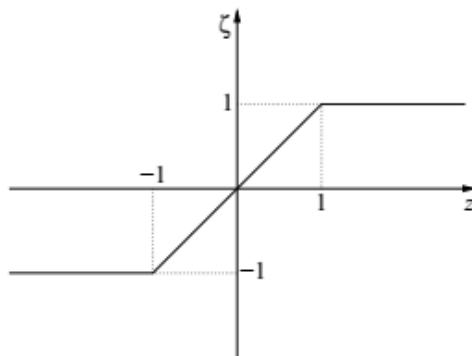


**Figura 46.** Chattering como resultado das trocas de controle. Fonte: Autor.

tuição da função descontínua tipo relé (equação 31) por uma função contínua tipo Função de Saturação (figura 48) e equação 32.



**Figura 47.** Camada limite. Fonte: Adaptado de (Slotine and Li, 1991).



**Figura 48.** Função de saturação. Fonte: (Bessa, 2005).

$$sgn(s) = \begin{cases} -1 & \text{se } s < 0 \\ 0 & \text{se } s = 0 \\ +1 & \text{se } s > 0 \end{cases} \quad (31)$$

E a função de saturação é definida por 32

$$sat\left(\frac{s}{\phi}\right) = \begin{cases} sgn\left(\frac{s}{\phi}\right) & se \quad \left|\frac{s}{\phi}\right| \geq 1 \\ \frac{s}{\phi} & se \quad \left|\frac{s}{\phi}\right| < 1 \end{cases} \quad (32)$$

Com o termo de suavização, a lei de controle fica definida pela equação 33. O parâmetro  $K$  está relacionado a descontinuidade através da superfície  $s=0$ .

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\mathbf{x}, t)} \left[ -\hat{f} + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right] - K \cdot sat\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (33)$$

## Controle Inteligente

Com o desenvolvimento de novos conceitos e técnicas ligadas a computação científica, o termo *Controle Inteligente* (CI) vêm sendo largamente utilizado em trabalhos acadêmicos. Wilson et al. (2020) apresentam uma definição do que é Controle Inteligente, com base no trabalho realizado por uma força tarefa designada pela IEEE Sociedade de Sistemas de Controle (Antsaklis, 1993), que é apresentada a seguir,

"Um sistema de controle inteligente é projetado para que possa alcançar autonomamente um objetivo de alto nível, enquanto seus componentes, objetivos de controle, modelos de planta e leis de controle não estão completamente definidos, ou porque eles não eram conhecidos no momento do projeto ou porque mudaram inesperadamente."

Bessa et al. (2018) fazem uma discussão sobre o que é inteligência e conduz a um pensamento em que um controlador inteligente deve ser capaz de se adaptar, aprender, prever e apresentar robustez. Os pesquisadores apresentam uma topologia para um controlador inteligente, que apresentada na figura 49.

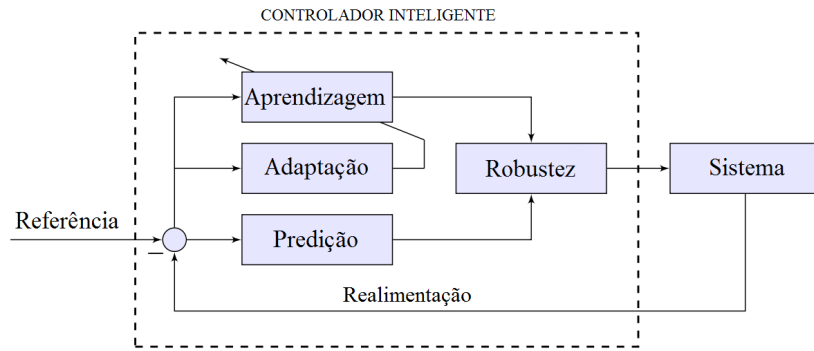
Tais competências podem ser interpretadas como:

*Adaptação:* o controlador deve adaptar-se a mudanças na planta e no ambiente.

*Aprendizado:* capacidade de aprender através de experiências e adquirir conhecimento ao interagir com o ambiente ou planta durante a execução da tarefa.

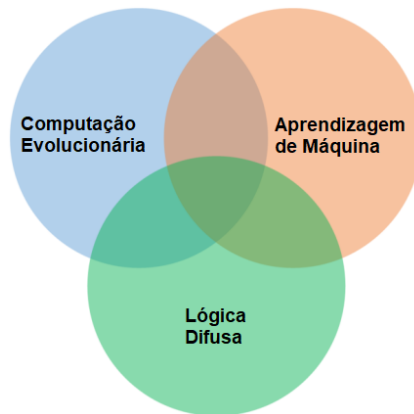
*Predição:* habilidade de incorporar e avaliar o conhecimento sobre a planta para antecipar a ação de controle apropriada.

*Robustez:* o controlador deve ser robusto contra incertezas na modelagem e perturbações externas.



**Figura 49.** Topologia para um controlador inteligente. Fonte: Adaptado de (Bessa et al., 2018).

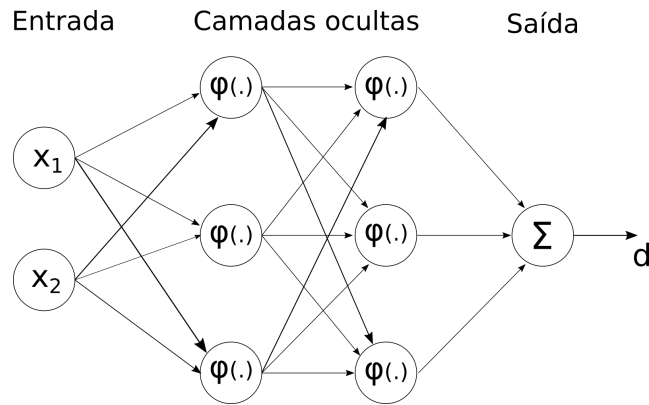
Algumas técnicas de *Inteligência Artificial* (IA) são comumente utilizada para controle inteligente de sistemas. São elas, a Lógica Difusa, os Algoritmos Evolucionários e o Aprendizado de Máquinas. Algumas dessas metodologias são combinadas (figura 50) para melhorar a eficiência do sistema de controle, ou para preencher alguma lacuna existente na aplicação da técnica. Qualquer método de CI que utilize múltiplas técnicas de IA são muitas vezes chamados de Métodos Híbridos (Wilson et al., 2020).



**Figura 50.** Sinérgia de técnicas de inteligência artificial usadas em controle inteligente. Fonte: adaptado de (Wilson et al., 2020).

Um das mais conhecidas técnicas de Aprendizagem de Máquina são as chamadas *Redes Neurais Artificiais* (RNAs). As Redes Neurais Artificiais podem ser usadas como aproximadores universais (Scarselli and Tsoi, 1998), e por isso, podem ser usadas para aproximar incertezas e modelos. É apresentada na figura 51 uma rede neural artificial com duas variáveis de entrada, duas camadas ocultas e uma variável de saída.

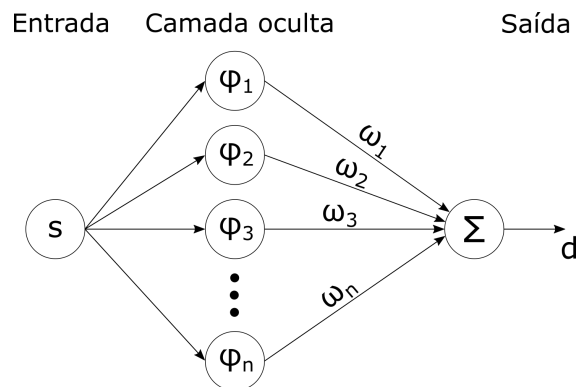
A rede neural apresentada na figura 51 é uma rede neural de múltiplas camadas. Dentro do estudo das redes neurais existem uma classe de redes cujo aprendizado se assemelha a achar uma superfície em um espaço multidimensional, que forneça o melhor ajuste para o dados de treinamento. A construção dessa rede envolve três camadas com diferentes papéis: a camada



**Figura 51.** Rede Neural Artificial.

de entrada, que conecta a rede ao ambiente; a camada oculta, que aplica a transformação não linear ao dados de entrada através das funções de ativação; e a camada de saída, que é a resposta da rede ao sinal aplicado na camada de entrada. Essas redes são chamadas redes de *Função Base Radial* (FBR), apresentada na figura 52.

O presente trabalho utiliza uma Rede FBR para lidar com não linearidades não diferenciáveis como zona-morta, histerese e saturação e também lidar os efeitos da dinâmica negligenciada de sistemas dinâmicos.



**Figura 52.** Rede de Função Base Radial.

É interessante destacar na figura 52 que, ao invés de usar como variáveis de entrada o estado do erro  $(\tilde{y}, \dot{\tilde{y}})$ , é usado a variável da superfície de deslizamento  $s$ . Isso reduz a complexidade computacional da rede neural.

As funções *gaussianas* 34 juntamente com as *multiquádricas* 35 e as *multiquádricas inversas* 36 são de particular interesse no estudo de redes Função Base Radial (Haykin and Engel, 2001). A função de ativação usada neste trabalho foi a *Função Gaussiana* (equação 34).

*Funções gaussianas:*

$$\varphi(s) = e^{\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right)} \quad \text{Para um } \sigma > 0 \quad \text{e } s \in R \quad (34)$$

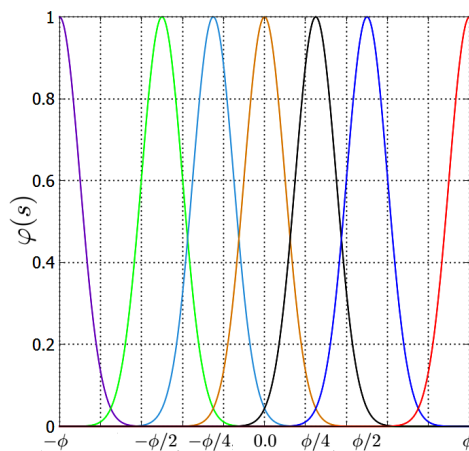
*Funções multiquádricas:*

$$\varphi(s) = (s^2 + c^2)^{1/2} \quad \text{Para um } c > 0 \text{ e } s \in R \quad (35)$$

*Funções multiquádricas inversas:*

$$\varphi(s) = \frac{1}{(s^2 + c^2)^{1/2}} \quad \text{Para um } c > 0 \text{ e } s \in R \quad (36)$$

São apresentadas na figura 53 algumas curvas geradas com a equação 34. O centro de cada neurônio é definido de acordo com a largura da camada limite  $\phi$ .



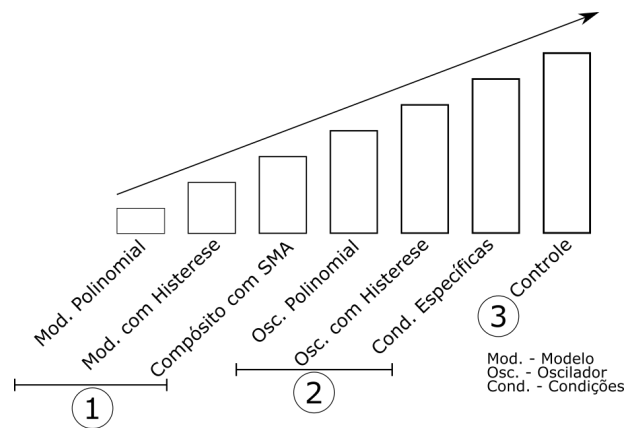
**Figura 53.** Curvas obtidas com a função gaussiana.

## Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados conceitos teóricos dos assuntos de Vibrações Mecânicas, Ligas com Memória de Forma, materiais Compostos, Dinâmica Não Linear e Controle de Sistemas Não Lineares. Todos estes temas são considerados essenciais para o desenvolvimento do trabalho devido a natureza do sistema dinâmico que é apresentado mais adiante. Na próxima seção, é apresentada a metodologia seguida no desenvolvimento do trabalho.

# Metodologia

Nesta seção é apresentada a metodologia do desenvolvimento da tese. O trabalho foi pensado em etapas, ou degraus, a serem completadas para alcançar o objetivo final. Já este, é a compreensão da dinâmica que estruturas compostas por materiais inteligentes podem apresentar frente às condições diversas e a eficiência de duas técnicas de Controle Não-Linear na obtenção de um estado desejado. É apresentado na figura 54 a escada de etapas da pesquisa.



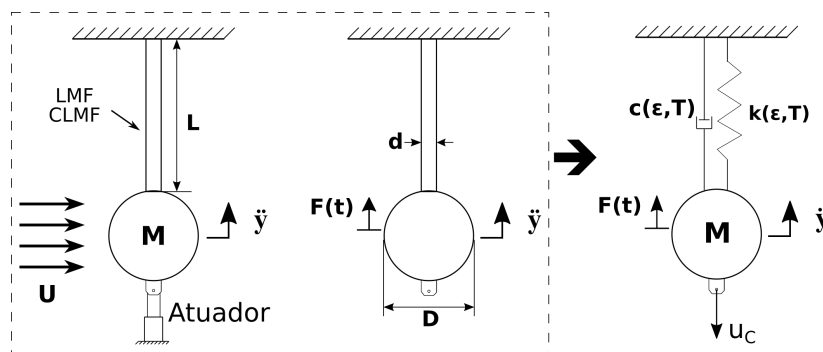
**Figura 54.** Etapas da pesquisa.

A pesquisa pode ser dividida em três partes:

1. *Estudo Estático*: Compreensão do comportamento termomecânico das LMFs sob carregamento estático. Aqui são levantadas as curvas relacionadas a modelos para LMF e comparadas com o *benchmark* para validação. Posteriormente os modelos de Falk (1980) e Brinson (1993) são adicionados a Lei das Misturas para compósitos e é feito um breve estudo das curvas *Tensão-Deformação* variando a temperatura ( $T$ ), a fração volumétrica de fibra de LMF ( $V_f$ ) no compósito e a rigidez da matriz do compósito.
2. *Estudo Dinâmico*: Devido a natureza não-linear dos materiais escolhidos, existe a possibilidade do sistema apresentar uma riqueza de respostas. Conhecê-las permite melhorar o discernimento para propor soluções mais confiáveis a problemas de engenharia. Aqui são estudadas a resposta vibratória do oscilador, o Retrato de Estados e são utilizadas ferramentas do estudo da *Teoria do Caos*, tais como o Diagrama de Bifurcação e o Expoente de Lyapunov, para identificar respostas caóticas do sistema.
3. *Controle*: São empregadas duas técnicas de controle não-linear, o Controle por Modos

Deslizantes (CMD) e o *CMD* auxiliado por uma Rede Neural Função Base Radial (FBR), para o controle da resposta vibratória do oscilador. Este último é chamado de Controle por Modos Deslizantes Inteligente (CMDI). Aqui é testada a efetividade de alcançar o estado desejado diante do desconhecimento da dinâmica do sistema, da presença de não linearidades como a histerese, zona-morta e saturação, além de flutuações nos parâmetros e diante de respostas caóticas.

São apresentados nas figuras 55 e 56 o modelo de um oscilador com um grau de liberdade e o diagrama de blocos do sistema de controle, respectivamente. Partindo da premissa da seção Osciladores com um Grau De Liberdade (GDL) de que podemos representar um sistema mecânico como um oscilador com um grau de liberdade, a figura 55 representa um conjunto de sistemas (pontes, prédios, torres, máquinas, entre outros) nos quais a resposta vibratória é desejável de ser controlada. É importante enfatizar que trata-se de uma *estrutura inteligente*, ou seja, as Ligas com Memória de Forma fazem parte da estrutura.



**Figura 55.** Modelo do oscilador.

Na figura 55,  $D$  é o diâmetro do corpo,  $d$  é o diâmetro da seção transversal da barra,  $L$  é o comprimento da barra,  $U$  a velocidade do escoamento livre,  $M$  a massa,  $\ddot{y}$  a aceleração do corpo,  $c$  e  $k$  representam o amortecimento e a restituição, respectivamente, produzidos pela barra com LMFs. A força de excitação externa é representada por  $F(t)$  e a ação de controle realizada pelo atuador linear é representada por  $u_C$ .

É apresentado na figura 56 o diagrama de blocos do sistema de controle. O controlador, lê os sinais de erro ( $\tilde{y}$ ,  $\dot{\tilde{y}}$ ) e envia um sinal para o atuador. Para trazer o modelo para próximo da realidade, foram adicionadas uma zona morta e uma saturação no sinal de atuação. Também foi considerado a existência de perturbações externas à planta ( $\hat{d}$ ).



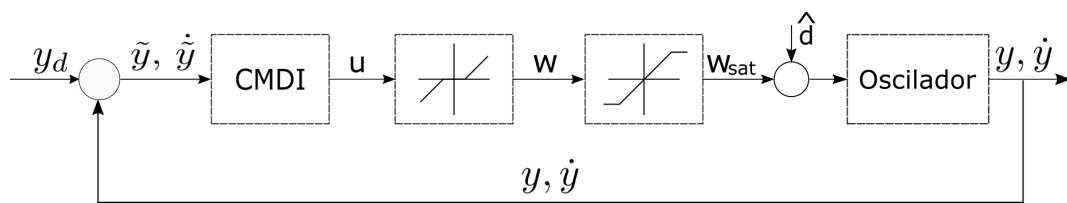


Figura 56. Diagrama de blocos.

# Modelos Matemáticos

Neste capítulo são apresentados os modelos matemáticos envolvidos na pesquisa. Inicialmente são apresentados os termos de forças existentes no oscilador com um grau de liberdade e os parâmetros que os compõe. Posteriormente, são apresentadas as equações de governo para três casos de estudo. Em seguida, é apresentada uma adaptação do modelo de Brinson para o mesmo ser usado no oscilador. As leis de controle são apresentadas na sequência. Por último, é realizada uma demonstração da robustez do controlador proposto diante de uma não linearidade não diferenciável tipo Zona Morta Assimétrica, usando a teoria de estabilidade de Lyapunov e o lema de Barbalat.

## Oscilador com um Grau de Liberdade

A equação de governo generalizada para um oscilador (equação 4) é novamente explicitada na equação 37 e seus termos são detalhados a seguir.

$$\Sigma F_D + \Sigma F_R + \Sigma F_{ext} = M_T \ddot{y} \quad (37)$$

A força dissipativa ( $F_D$ ) representa a dissipação de energia devido o amortecimento intrínseco do sistema. O amortecimento pode ser linear (equação 38) ou quadrático (equação 39). A dissipação de energia proveniente da histerese mecânica do LMF não é apresentada por este termo.

$$F_D = c\dot{y} \quad (38)$$

$$F_D = c_{quad}\dot{y}|\dot{y}| \quad (39)$$

onde,  $c$  e  $c_{quad}$  representam a constante de amortecimento linear e quadrático, respectivamente.

A força de restituição é obtida pela equação 40,

$$F_R = \sigma_C A_C = [\sigma_{Mat}(1 - V_f) + \sigma_f V_f] A_C \quad (40)$$

onde,  $\sigma_C$  é a tensão no compósito,  $A_C$  é a área da seção transversal da barra,  $\sigma_{Mat}$  é a tensão na matriz do compósito,  $\sigma_f$  é a tensão na fibra de LMF e  $V_f$  é a fração volumétrica de fibra no compósito.

A força de excitação externa é dada por 41,

$$F_{ext} = F_0 \sin(\omega_S \cdot t) \quad (41)$$

onde,  $F_0$  é a magnitude da força de excitação externa e  $\omega_S$  é a frequência de excitação externa.

Na equação 41 a magnitude da força  $F_0$  pode ter diversas origens. No entanto, aqui é considerado que sua origem ocorre devido a existência de um escoamento ao redor do corpo. Sua amplitude máxima é obtida pela equação 42.

$$F_0 = \frac{1}{2} \rho D L C_L U^2 \quad (42)$$

onde,  $\rho$  é a densidade do fluido do escoamento,  $C_L$  é o coeficiente de sustentação e  $U$  é a velocidade do escoamento. Os parâmetros  $D$  e  $L$  representam o diâmetro e o comprimento do corpo, respectivamente.

A frequência de excitação externa é calculada com a equação 43, onde  $f_S$  representa uma frequência de emissão de vórtices que originam as vibrações na estrutura e está relacionada ao número de Strouhal ( $St$ ). O número de Strouhal é um parâmetro adimensional e é dado pelo equação 44.

$$\omega_S = 2\pi f_S \quad (43)$$

$$St = \frac{f_S D}{U} \quad (44)$$

As equações diferenciais presentes nas próximas seções são adimensionalizadas com o uso das equações a seguir.

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_R t & y &= Y/L \\ \dot{Y} &= y'(\omega_R l) & \ddot{Y} &= y''(\omega_R^2 l) \end{aligned} \quad (45)$$

onde  $(\cdot)' = \frac{d}{d\tau}$ ,  $\tau$  é o tempo adimensional e  $\omega_R$  é uma frequência de referência.

Também é útil usar as seguintes relações

$$c_c = 2M_T \omega_n \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{M_T}} \quad k = \frac{AE}{L} \quad (46)$$

$$\zeta = \frac{c_{eq}}{c_c} \quad r = \frac{\omega_S}{\omega_R}$$

## Equações de Governo

Nesta seção são apresentadas três equações de governo para o oscilador. A primeira delas, apresentada na subseção Equação de Governo com o Modelo de Falk, trata-se do modelo polinomial proposto por Falk adicionado à equação da força de restituição  $F_R$ . Com este modelo foram obtidos respostas caóticas e por isso ele é usado neste trabalho. O segundo e o terceiro modelos, apresentados nas subseções e , respectivamente, produzem uma não linearidade tipo histerese. O último modelo também possui amortecimento quadrático e parâmetros flutuantes, aumentando ainda mais a complexidade do sistema, trazendo para próximo da realidade e aumentando o trabalho para o controlador.

### *Equação de Governo com o Modelo de Falk*

A equação 47 apresenta a equação de governo do oscilador, com um grau de liberdade, com um compósito com LMF usando o modelo polinomial de Falk (equação 6).

$$\ddot{Y} + 2\zeta\omega_n\dot{Y} + \frac{A_C(1-V_f)}{M_T}[E_{Mat}\epsilon] + \frac{A_C V_f}{M_T} \left[ a(T-T_M)\epsilon - b\epsilon^3 + \frac{b^2}{4a(T_A-T_M)}\epsilon^5 \right] = \frac{C\rho_\infty U^2 D}{2M_T} \sin(\omega_S t) \quad (47)$$

Adimensionalizando a equação, obtemos

$$y'' + 2\zeta\frac{\omega_n}{\omega_R}y' + \frac{A_C(1-V_f)}{M_T(\omega_R L^2)}[E_{Mat}y] + \frac{A_C V_f}{M_T(\omega_R L^2)} \left[ a(T-T_M)y - b\left(\frac{y}{L}\right)^3 + \frac{b^2}{4a(T_A-T_M)}\left(\frac{y}{L}\right)^5 \right] = \frac{C\rho_\infty U^2 D}{2M_T(\omega_R L^2)} \sin(\omega_S t) \quad (48)$$

### *Equação de Governo com o Modelo de Brinson*

Usando o modelo de Brinson (equação 10), a equação de governo do oscilador com o CLMF torna-se:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \frac{A_C(1-V_f)}{M_T}\sigma_{Mat} + \frac{V_f A_C}{M_T} [\sigma_0 + E(\beta)\epsilon - E(\beta_0)\epsilon_0 + \Omega(\beta)\beta_S \\ - \Omega(\beta_0)\beta_S + \theta(T - T_0)] = \frac{1}{2} \frac{D C \rho_\infty U^2}{M_T} \sin(\omega_S t) \end{aligned} \quad (49)$$

Adimensionalizando a equação acima, é obtido a equação 50

$$\begin{aligned} y'' + 2\zeta \frac{\omega_n}{\omega_R} \cdot y' + \frac{(1-V_f)A_C}{M_T(\omega_R^2 L)}\sigma_{Mat} + \frac{V_f A_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \left[ \sigma_0 + E(\beta) \frac{y}{L} - E(\beta_0) \frac{y_0}{L} + \Omega(\beta)\beta_S \right. \\ \left. - \Omega(\beta_0)\beta_S + \theta(T - T_0) \right] = \frac{1}{2} \frac{D C \rho_\infty U^2}{M_T(\omega_R^2 L)} \sin(r \tau) \end{aligned} \quad (50)$$

### *Equação de Governo com o Modelo de Brinson, amortecimento quadrático e parâmetros flutuantes*

Devido a complexidade de sistemas fluidodinâmicos e a consequente inexatidão na medição de parâmetros relacionados a esses sistemas (figura 12), uma equação de governo mais realística é apresentada na equação 51. Nesta equação, é considerado flutuações no coeficiente de sustentação ( $\hat{C}_L$ ) e na velocidade do escoamento ( $\hat{U}$ ). Também foram considerados um amortecimento quadrático e uma constante de amortecimento variável  $\hat{c}$ .

$$M_T \ddot{Y} + \hat{c} \dot{Y} |\dot{Y}| + \sigma(\epsilon, T) A_T = \frac{1}{2} \rho L D \hat{C}_L \hat{U}^2 \sin(\omega_S t) \quad (51)$$

Adimensionalizando a equação 51 temos,

$$M_T y'' + \frac{\hat{c} L}{M_T} y' |y'| + \sigma(y, T) \frac{A_T}{M_T L(\omega_R^2)} = \left( \frac{\rho L D}{2 M_T(\omega_R^2)} \right) \hat{C}_L \hat{U}^2 \sin(r \tau) \quad (52)$$

Os parâmetros de amortecimento quadrático ( $\hat{c}$ ), coeficiente de sustentação ( $\hat{C}_L$ ) e veloci-

dade do escoamento ( $\hat{U}$ ) são flutuantes e definidos na equação 53.

$$\begin{aligned}\hat{c} &= 10.0 + \sin(\tau) \\ \hat{C}_L &= 1.0 + 0.4 \sin(\tau) \\ \hat{U} &= \bar{U}[1.0 + 0.2 \sin(2\pi \text{Rand})]\end{aligned}\tag{53}$$

*Rand* é uma função randômica que gera números aleatórios entre zero e um.

## Adaptando o Modelo de Brinson

Originalmente o modelo de Brinson (1993), apresentado na seção Modelo de Brinson, não foi desenvolvido para carregamento dinâmico. Logo, é necessário fazer uma adaptação derivando as equações de transformação da fração de martensítica ( $\beta$ ) em relação ao tempo. Como é desejado beneficiar-se da histerese produzida pela propriedade de pseudo-elasticidade da LMF, na derivação foi considerado uma temperatura  $T$  constante e para as simulações foram escolhidas temperaturas acima da temperatura  $M_s$ .

A derivada da fração martensítica devido à tensão, correspondente a transformação  $A \rightarrow M$  e com temperatura constante é dada pela equação 54.

$$\beta'_S = -\frac{\sigma' \pi (1 - \beta_{S0})}{2(\sigma_S^{cr} - \sigma_f^{cr})} \sin \left\{ \frac{\pi}{\sigma_S^{cr} - \sigma_f^{cr}} [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_S)] \right\}\tag{54}$$

Para a conversão inversa  $M \rightarrow A$ , a equação torna-se a equação 55.

$$\beta'_S = \sigma' \frac{a_A \beta_0}{2C_A} \sin \left[ a_A \left( T - A_S - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right]\tag{55}$$

As equações 54 e 55 são resolvidas simultaneamente com as equações de governo do oscilador, considerando uma fração martensítica  $-1 \leq \beta \leq 1$ .

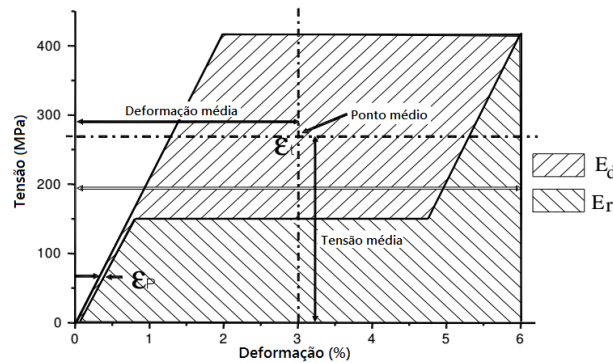
## Controle do Oscilador

Nesta seção são apresentados o controle passivo e o controle ativo presentes nos sistemas dinâmicos em estudo. Devido a propriedade da pseudo elasticidade da LMF, osciladores com este material já possuem um controle passivo de vibrações mecânicas. Para promover um ajuste fino no controle de vibrações, é adicionado um atuador linear com controle ativo. Essa combinação de controle passivo e controle ativo é chamada de controle híbrido de vibração.

## Controle Passivo

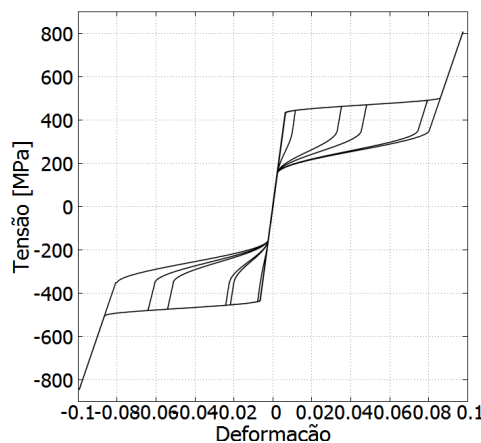
O uso de LMFs na estrutura promove um efeito semelhante à adição de um amortecedor, devido sua propriedade de histerese. Desse modo à própria estrutura é responsável por dissipar parte da energia vibratória, controlando a vibração passivamente. Mais especificamente quando a vibração ocorre devido a sincronização entre a frequência de excitação e uma das frequências naturais da estrutura, a LMF é responsável por mudar a frequência natural, tirando o sistema da ressonância.

A dissipação de energia devido a histerese da LMF é ilustrada na figura 57. A área envolvida pelas curvas de carregamento e de descarregamento representa a Energia Dissipada ( $E_d$ ), durante um ciclo de carregamento. E a variável  $E_R$  representa a energia recuperada.



**Figura 57.** Representação da energia dissipada ' $E_d$ ' e da energia de deformação recuperada ' $E_r$ '. Fonte: Adaptado de (Dayananda, 2008).

É apresentada na figura 58 uma curva genérica de tensão-deformação em uma barra de LMF submetida a um carregamento do tipo  $F(t) = F_0 \text{sen}(\omega t)$ . Para a simulação foi considerado um comportamento mecânico simétrico entre a tensão e a compressão. A cada ciclo parte da energia é dissipada.



**Figura 58.** Curva Tensão-Deformação genérica para um oscilador com LMF.

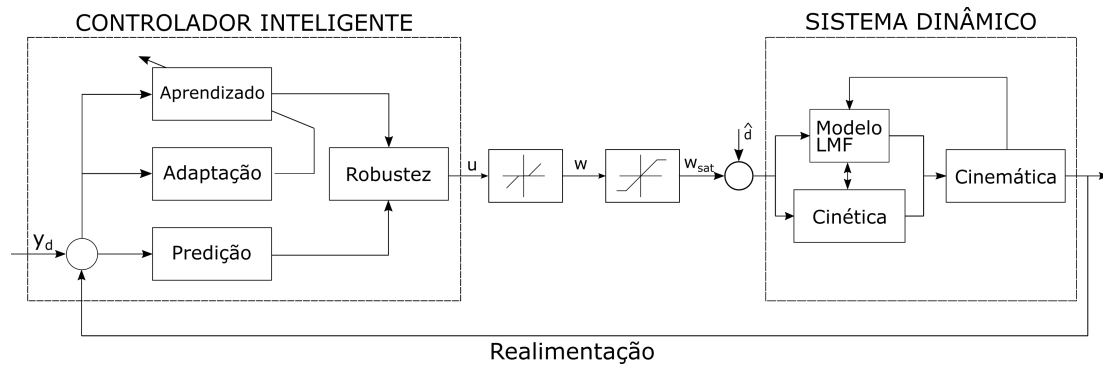
Para o caso de vibração excitada, o controle passivo pode manter a vibração dentro de certos limites, no entanto, não irá suprimi-la caso a força excitadora seja mantida. Para eliminar, ou suprimir, a vibração sob excitação externa é interessante utilizar um controle ativo. O controle ativo do oscilador é abordado na subsecção a seguir.

### Controle Ativo

O controle ativo é realizado por um atuador linear ligado ao corpo, e é responsável por promover uma força de atuação  $u_C$ . Para realizar o controle desse atuador, foram usadas duas técnicas de controle, o CMD clássico e o CMD auxiliado por uma rede Função Base Radial. Devido à limitações físicas dos atuadores reais, foram adicionadas uma saturação, dada pela equação 56, e uma zona morta no sinal de atuação. É apresentado na figura 59 um diagrama de blocos, com um controlador inteligente e o sistema dinâmico, em malha fechada.

$$w_{sat}(t) = \begin{cases} w_{max} & \text{se } w(t) \geq w_{max} \\ w(t) & \text{se } w_{min} < w(t) < w_{max} \\ w_{min} & \text{se } w \leq w_{min} \end{cases} \quad (56)$$

onde,  $w_{max}$  e  $w_{min}$  representa os limites superior e inferior do sinal de controle, respectivamente.



**Figura 59.** Diagrama de blocos.

As equações para a simulação do sistema e as equações para o projeto do controlador são apresentadas nas subsecções a seguir. Foram considerados três casos: A, B e C. Nos casos A e B é usado o modelo com histerese para a LMF. No caso C é usado o modelo polinomial.

#### Caso A: Modelo com Histerese

Foi adicionado um termo na equação 57 referente a uma força proveniente de um atuador linear. Este atuador tem a função de levar a estrutura a um estado desejado. A força que ele



impõe é representado na equação 57 pela variável de controle  $u_C$ .

$$y'' + 2\zeta \frac{\omega_n}{\omega_R} y' + \frac{(1 - V_f)A_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \sigma_{Mat} + \frac{V_f A_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \left\{ \sigma_0 + E(\beta) \frac{y}{L} - E(\beta_0) \frac{y_0}{L} + \Omega(\beta) \beta_S - \Omega(\beta_0) \beta_S + \theta(T - T_0) \right\} = \frac{1}{2} \frac{D C \rho_\infty U^2}{M_T(\omega_R^2 L)} \sin(r \tau) + \frac{u_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \quad (57)$$

Para testar a robustez do controlador, a dinâmica da estrutura e da força de excitação externa são negligenciadas. Deste modo, a equação para o controlador é dada pela equação 58.

$$y'' = \frac{u_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \quad (58)$$

Reforço que, a equação 58 é a equação simplificada da planta para ser usada apenas como referência para o projeto do controlador. A simulação do sistema dinâmico é realizada com a equação 57.

### ***Caso B: Histerese, zona-morta, saturação e parâmetros flutuantes***

Assim como no caso anterior, foi adicionado um termo na equação original (equação 52) para a ação de controle. No intuito de aproximar à realidade, foi considerado parâmetros flutuantes e foi adotado um amortecimento quadrático, típicos de sistemas fluidodinâmicos.

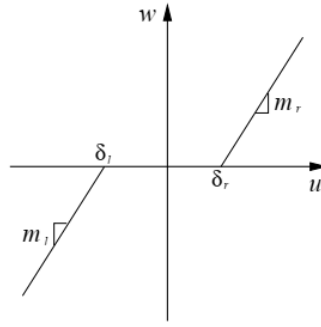
$$M_T \cdot y'' + \frac{\hat{c} \cdot L}{M_T} y' |y'| + \sigma(y, T) \frac{A_T}{M_T \cdot L(\omega_R^2)} = \left( \frac{\rho L \cdot D}{2M_T(\omega_R^2)} \right) \hat{C}_L \hat{U}^2 \sin(r \tau) + \frac{u_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \quad (59)$$

A dinâmica da estrutura e da força de excitação externa também foram negligenciadas na equação 60, que é usada na formulação da lei de controle.

$$y'' = \frac{u_C}{M_T(\omega_R^2 L)} \quad (60)$$

### ***Caso C: Resposta Caótica com Atuador Externo***

Materiais inteligentes podem apresentar respostas caóticas sob determinadas condições, então com o objetivo de testar a capacidade de controle frente à respostas caóticas, foi utilizado o oscilador com o modelo polinomial. A escolha do modelo polinomial para obter as respostas



**Figura 60.** Não-linearidade tipo zona-morta.

caóticas foi devido o conhecimento do autor, que em trabalhos prévios (Vignoli et al., 2017) obteve respostas caóticas com um oscilador com CLMF usando o modelo polinomial.

A atuação da força é realizada por um atuador externo que impõe a força necessária para levar o oscilador a um estado desejado.

$$\begin{aligned}
 y'' + 2\zeta \frac{\omega_n}{\omega_R} y' + \frac{A_C(1 - V_f)}{M_T(\omega_R L^2)} [E_{Mat} y] + \frac{A_C V_f}{M_T(\omega_R L^2)} \left[ a(T - T_M)y - b \left( \frac{y}{L} \right)^3 + \right. \\
 \left. \frac{b^2}{4a(T_A - T_M)} \left( \frac{y}{L} \right)^5 \right] = \frac{C\rho_\infty U^2 D}{2M_T(\omega_R L^2)} \sin(\omega_S t) + \frac{u_C}{M_T(\omega_R L^2)}
 \end{aligned} \tag{61}$$

Diferente dos casos A e B, para a formulação da lei de controle é usada a mesma equação do simulador (equação 61).

Além das especificidades de cada caso, o controlador deve lidar com saturação e zona morta no sinal de controle. Pensando nisto, é apresentada na próxima seção uma demonstração da estabilidade do controlador proposto.

## Controle Inteligente de Sistemas com Zona-morta Assimétrica

A zona-morta é uma não-linearidade muito comum em atuadores indústrias e sua presença compromete a estabilidade e a performance de sistemas de controle. Sendo assim, o controlador proposto deve apresentar estabilidade e ser capaz de lidar com esta não-linearidade.

A zona-morta é apresentada na figura 60 e é representada matematicamente pela equação 62.

$$w(t) = \begin{cases} m_l(u(t) - \delta_l) & \text{se } u(t) \leq \delta_l \\ 0 & \text{se } \delta_l < u(t) < \delta_r \\ m_r(u(t) - \delta_r) & \text{se } u(t) \geq \delta_r \end{cases} \quad (62)$$

onde,  $m_r, m_l, \delta_r$  e  $\delta_l$  são parâmetros da zona-morta.

A seguir as propriedades de convergência do sistema em malha fechada são provadas analiticamente usando a teoria de estabilidade de Lyapunov e o lema de Barbalat. Para isto, algumas hipóteses são estabelecidas:

**Hipótese 1.** *Os parâmetros da zona-morta  $\delta_l, \delta_r$ , embora desconhecidos e variantes no tempo, são limitados e com sinais conhecidos:  $\delta_{l\min} \leq \delta_l \leq \delta_{l\max} < 0$  e  $0 < \delta_{r\min} \leq \delta_r \leq \delta_{r\max}$ .*

**Hipótese 2.** *Os coeficientes angulares, da zona-morta, em ambos os lados são desconhecidos, mas são positivos e limitados:  $0 < m_{l\min} \leq m \leq m_{l\max}$  e  $0 < m_{r\min} \leq m_r \leq m_{r\max}$ .*

Neste trabalho é considerado que o coeficiente angular da zona-morta é o mesmo tanto à esquerda quanto à direita do eixo, deste modo  $m_r = m_l = m$  e a equação 62 pode ser reescrita como:

$$w(t) = mu(t) - md(u(t)) \quad (63)$$

onde  $d(u(t))$  é dado pela equação 64,

$$d(u(t)) = \begin{cases} \delta_l & \text{se } u(t) \leq \delta_l \\ u(t) & \text{se } \delta_l < u(t) < \delta_r \\ \delta_r & \text{se } u(t) \geq \delta_r \end{cases} \quad (64)$$

É possível verificar que  $d(u(t))$  é limitada:

$$|d(u(t))| \leq \delta$$

onde  $\delta = \max\{-\delta_{l\min}, \delta_{r\max}\}$

O sistema dinâmico 25 é reformulado e apresentado a seguir como 65,

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)w(t) \\ y = x \end{cases} \quad (65)$$

Com relação ao sistema dinâmico da equação 65, as seguintes hipóteses são estabelecidas:

**Hipótese 3.** *O vetor de estados  $\mathbf{x}$  está disponível para ser medido.*

**Hipótese 4.** *A função  $f$  é desconhecida, porém limitada por uma função conhecida de  $x$  e  $t$ , ou seja,*

$$|\hat{f}(\mathbf{x}, t) - f(\mathbf{x}, t)| \leq F(\mathbf{x}, t)$$

onde  $\hat{f}(\mathbf{x}, t)$  é o valor estimado de  $f(\mathbf{x}, t)$ .

**Hipótese 5.** *O ganho  $g$  é desconhecido, porém limitado e positivo, ou seja,  $0 < g_{min} \leq g(\mathbf{x}, t) \leq g_{max}$*

**Hipótese 6.** *A trajetória desejada  $\mathbf{x}_d$  é contínua, disponível e limitada.*

É proposto controlar este sistema dinâmico não-linear usando um Controle por Modos Deslizantes auxiliado por uma Rede Neural Função Base Radial. Para isto é adicionado um termo  $\hat{d}$  na lei de controle da equação 33.

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\mathbf{x}, t)} \left[ -\hat{f}(\mathbf{x}, t) + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right] - K \text{sat} \left( \frac{s}{\phi} \right) + \hat{d} \quad (66)$$

O ganho  $K$  é definido pela equação

$$K \geq v + \delta + \widehat{gm}^{-1}BF + (B - 1)|\hat{u}| + |\hat{d}| \quad (67)$$

onde  $v$  é uma constante positiva que está relacionada ao tempo necessário para se alcançar a superfície de deslizamento e  $B = \sqrt{(gm)_{max}/(gm)_{min}}$ .

O parâmetro  $\hat{d}$  é responsável em lidar com a zona-morta e com outras não-linearidades. Ele é obtido com a equação 68.

$$\hat{d}(\hat{u}) = \mathbf{w}^T \varphi(s) \quad (68)$$

onde  $\mathbf{w}$  representa o vetor de pesos sinápticos,  $\varphi(\cdot)$  o vetor com a função de ativação e  $s$  representa a superfície de deslizamento.

Com a finalidade de garantir uma boa aproximação para  $\hat{d}$ , o vetor de pesos sinápticos  $\mathbf{w}$  é atualizado pela lei de adaptação:

$$\dot{\mathbf{w}} = -\eta\varphi(s) s \quad (69)$$

onde  $\eta$  é uma constante positiva. É importante destacar que a escolha da lei de adaptação além de proporcionar a aproximação para o estado desejado, ela não pode comprometer a atratividade da superfície de controle.

Para demonstrar a estabilidade do controlador proposto, vamos inicialmente considerar uma função positiva definida, candidata a função de Lyapunov,

$$V(t) = \frac{1}{2}s^2 + \frac{gm}{2\eta}\Delta^T\Delta \quad (70)$$

onde  $\Delta = \mathbf{w} - \mathbf{w}^*$ , com  $\mathbf{w}^*$  representando o vetor de pesos sinápticos que minimizam o erro de rastreamento.

Assim temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s\dot{s} + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\Delta} \\ &= (\tilde{x}^{(n)} + \Lambda_u^T\tilde{\mathbf{x}})s + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\ &= (x^{(n)} - x_d^{(n)} + \Lambda_u^T\tilde{\mathbf{x}})s + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\ &= (f + gm u - gmd(u) - x_d^{(n)} + \Lambda_u^T\tilde{\mathbf{x}})s + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\ &= [f + gm\widehat{gm}^{-1}(-\hat{f} + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T\tilde{\mathbf{x}}) + gm\hat{d}(\hat{u}) - gmK\text{sgn}(s) \\ &\quad - gmd(u) - (x_d^{(n)} - \Lambda_u^T\tilde{\mathbf{x}})]s + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \end{aligned} \quad (71)$$

Fazendo  $f = \hat{f} - (\hat{f} - f)$  e assumindo  $\hat{u} = \widehat{gm}^{-1}(-\hat{f} + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T\tilde{\mathbf{x}})$ , temos

$$\dot{V}(t) = -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\hat{d}(\hat{u}) + gmd(u) + gmK\text{sgn}(s)]s + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}}$$

Chamando de  $\varepsilon$  o erro de aproximação dado por  $\varepsilon = \hat{d}^*(\hat{u}) - d(u) = \mathbf{w}^{*\top}\varphi(s) - d(u)$ , temos

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &= -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\hat{d}(\hat{u}) + gm\hat{d}^*(\hat{u}) - gm\varepsilon \\
 &\quad + gmK\text{sgn}(s)]s + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\
 &= -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\varepsilon + gmK\text{sgn}(s)]s \\
 &\quad + gm s(\hat{d}(\hat{u}) - \mathbf{w}^{*\top}\varphi(s)) + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\
 &= -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\varepsilon + gmK\text{sgn}(s)]s \\
 &\quad + gm s(\mathbf{w}^\top\varphi(s) - \mathbf{w}^{*\top}\varphi(s)) + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\
 &= -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\varepsilon + gmK\text{sgn}(s)]s \\
 &\quad + gm s\varphi(s)\Delta^\top + gm\eta^{-1}\Delta^T\dot{\mathbf{w}} \\
 &= -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\varepsilon + gmK\text{sgn}(s)]s \\
 &\quad + gm\Delta^\top\eta^{-1}[\dot{\mathbf{w}} + \eta s\varphi(s)]
 \end{aligned} \tag{72}$$

Aplicando a lei de adaptação proposta, equação 69, temos,

$$\dot{V}(t) = -[(\hat{f} - f) + \widehat{gm}\hat{u} - gm\hat{u} - gm\varepsilon + gmK\text{sgn}(s)]s \tag{73}$$

Considerando as hipóteses 1, 2, 4 e 5, sendo  $K$  definido por 67 e verificando que  $|\varepsilon| = |\hat{d}^* - d| \leq |\hat{d} - d| \leq |\hat{d}| + \delta$ , temos que:

$$\dot{V}(t) \leq -\eta |s| \tag{74}$$

o que implica em  $V(t) \leq V(0)$ , e portanto, que  $s$  e  $\Delta$  são limitados. Considerando a hipótese 6 e as equações 28 e 29, temos que  $\dot{s}$  também é limitado.

Integrando ambos os lados de 74,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \eta |s| d\tau \leq \lim_{t \rightarrow \infty} [V(0) - V(t)] \leq V(0) < \infty \tag{75}$$

O lema de Barbalat diz que se uma função diferenciável  $f$  possui um limite finito à medida que  $t \rightarrow \infty$ , e se  $\dot{f}$  é uniformemente contínua, então  $\dot{f} \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ .

**Corolário 1.** *Seja  $f : \chi \rightarrow \Re$  uma função contínua positiva definida,  $x \in \chi$  contínuo e limitado e  $\dot{x}$  limitado. Se  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(x(\tau)) d\tau < \infty$  então  $x(t) \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ .*

Isso assegura a convergência dos estados a superfície de deslizamento e garante o rastreamento da trajetória desejada.

## Considerações Finais do Capítulo

Foram apresentados neste capítulo os modelos matemáticos desenvolvidos no trabalho, as equações que governam a dinâmica do sistema proposto e as leis de controle para o sistema de controle. É interessante destacar que ao apresentar os casos A, B e C na seção Controle Ativo, foi pensado atacar problemas comuns em sistemas de controle, como a saturação no sinal de controle e a existência de zona-morta em atuadores. Além de problemas inerentes à sistemas dinâmicos reais, tais como perturbações externas e incertezas no modelo e nos parâmetros. Dentre tais problemas, a zona-morta (ZN) é de especial interesse, pois a técnica de Controle por Modos Deslizantes clássica não promove um controle eficaz em sistema com ZN. Por este motivo, foi apresentada uma demonstração da estabilidade do controlador proposto, para sistemas com zona morta assimétrica.

No próximo capítulo são apresentadas simulações numéricas realizadas com os modelos matemáticos aqui abordados.

# Simulações Numéricas e Análise de Resultados

Neste capítulo são apresentadas as simulações realizadas com os modelos matemáticos apresentados no capítulo Modelos Matemáticos. Ele é dividido em três partes. Uma parte referente a Análise Estática, onde é feito um estudo prévio do comportamento de um Compósito com Liga com Memória de Forma (CLMF) usando dois modelos: o modelo de Falk e o modelo de Brinson. Na segunda parte é estudada a resposta dinâmica de um oscilador com o CLMF e com uma LMF sob condições específicas. Na terceira parte, são aplicadas as técnicas de Controle por Modos Deslizantes (CMD) e Controle por Modos Deslizantes Inteligente (CMDI) para obter um estado desejado  $y_d$ .

## Algumas Informações para as Simulações

A força de excitação externa  $F_{ext}$ , a fração volumétrica de fibra no compósito  $V_f$ , a temperatura  $T$  e a rigidez da matriz do compósito  $E_{Mat}$ , são alguns dos parâmetros que influenciam de modo significativo na resposta do oscilador. Varrer toda a faixa desses parâmetros exige um enorme custo computacional, mesmo se eles forem limitados. Além do fato de não ser este o foco do trabalho. Logo, alguns valores são escolhidos para as simulações e seus resultados são suficientes para tirar diversas conclusões sobre as respostas que este tipo de sistema dinâmico pode apresentar.

Para as simulações dinâmicas usando o modelo polinomial, foram escolhidos os valores de temperatura  $10[^\circ C]$ ,  $25[^\circ C]$  e  $45[^\circ C]$ , respectivamente, uma temperatura *fria*, na qual a martensita é estável, uma temperatura de transição, e uma temperatura *quente*, onde a austenita é estável. Esses valores de temperatura tem como base o *benchmark* do modelo polinomial apresentado por Falk (1983). Para a fração volumétrica de LMF foram escolhidos os valores de 0.25, 0.50 e 0.78. A magnitude da força de excitação externa é obtida com a equação 42 e foi considerado que o único parâmetro que pode variar é a velocidade do escoamento. A faixa de velocidade foi estabelecida de 1.0 [m/s] a 60.0 [m/s]. O módulo de Young inicia em 2.0 GPa, valor aproximado para resina Epóxi, e termina em 70.0 GPa, valor aproximado para o Alumínio.



Para as simulações dinâmicas usando o modelo com histerese foi usado os valores de referência do artigo de Brinson (1993). Aqui foram consideradas somente temperatura acima da temperatura  $T_A$  onde a fase Austenita é estável e o laço de histerese é completo, sem tocar o eixo da abscissa.

O Controle por Modos Deslizantes Inteligente (foco principal do trabalho) deve apresentar eficácia no controle das vibrações mecânicas dos osciladores.

## Análise Estática

Dois materiais foram usados para a matriz do compósito, a resina Epóxi para uma matriz polimérica e o Alumínio 6061 para uma matriz metálica. A escolha desses materiais foram arbitrária, apenas observou-se os módulos de elasticidade dos mesmos. Os módulos de elasticidade à temperatura ambiente para ambos são apresentados na Tabela 1 e foram considerados constantes nas simulações.

**Tabela 1.** Módulos de elasticidade para o Epóxi e o Alumínio. Fonte: (Callister, 2014).

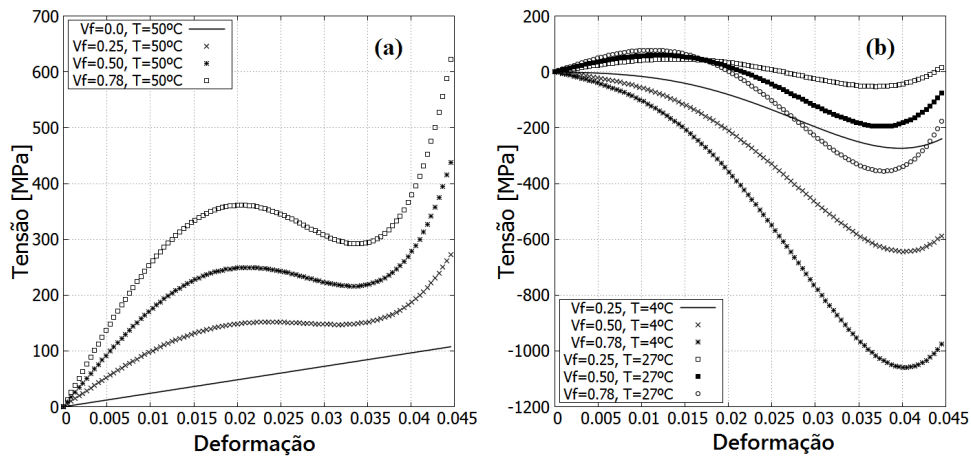
Epóxi	2.41 GPa
Alumínio 6061	69.0 GPa

## Modelo Polinomial

As curvas apresentadas no gráfico na figura 61(a) foram simuladas para uma temperatura  $T = 50.0[^\circ C]$ , que é acima da temperatura crítica para austenita estável cujo valor é  $T_A = 40.0[^\circ C]$ . A curva linear representa a curva para  $V_f = 0.0$ , ou seja, não há fibra de LMF, não constituindo um compósito. Ela foi adicionada para dar uma compreensão do rápido aumento na tensão suportada pelo compósito ao se aumentar a fração volumétrica de fibra na matriz Epóxi.

Analisando as curvas da figura 61(b), observa-se um comportamento atípico em que um aumento na deformação do compósito não-linear é seguida por tensões de compressão para temperaturas abaixo de  $T_A$ , em diferentes valores de fração volumétrica de fibra.

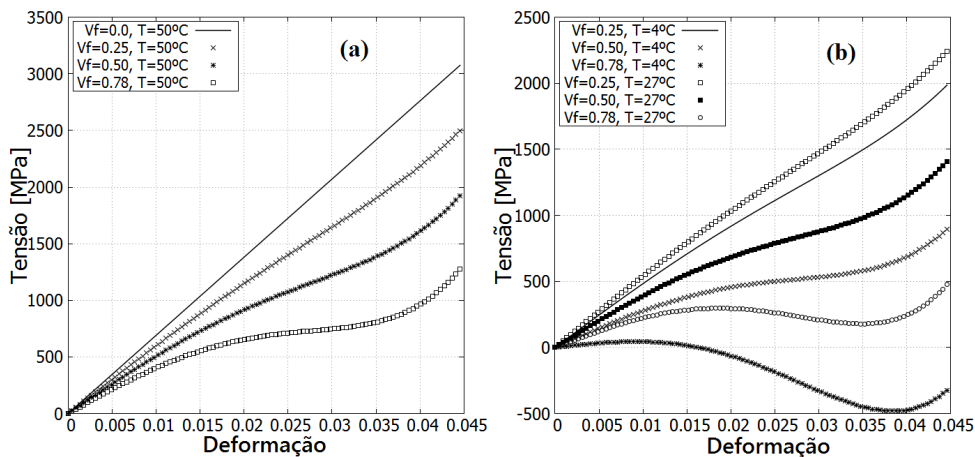
São apresentados na figura 62 resultados para uma matriz metálica de Alumínio 6061. Na figura 62(a) nota-se, de modo geral, que um aumento na fração de fibra de LMF produz uma diminuição da resistência do compósito a uma temperatura acima da qual a fase Austenita é estável. Isso é esperado, pois o módulo de Young da matriz e Alumínio 6061 é maior que o



**Figura 61.** Tensão *vs.* deformação para o CMF com matriz Epóxi para  $T = 50.0[^\circ C]$  (a) e  $T = 27.0[^\circ C]$  e  $4.0[^\circ C]$  (b) com o modelo de Falk.

módulo de Young da fibra de LMF.

Devido a menor influencia da fibra no compósito com matriz metálica, o comportamento atípico relatado anteriormente, para matriz Epóxi, é observado somente com  $V_f = 0.78$  a uma temperatura abaixo de  $T_M$ , onde a martensita é estável.



**Figura 62.** Tensão *vs.* deformação para o CLMF com matriz Alumínio 6061 para  $T = 50.0[^\circ C]$  (a) e  $T = 27.0[^\circ C]$  e  $4.0[^\circ C]$  (b).

### Modelo com Histerese

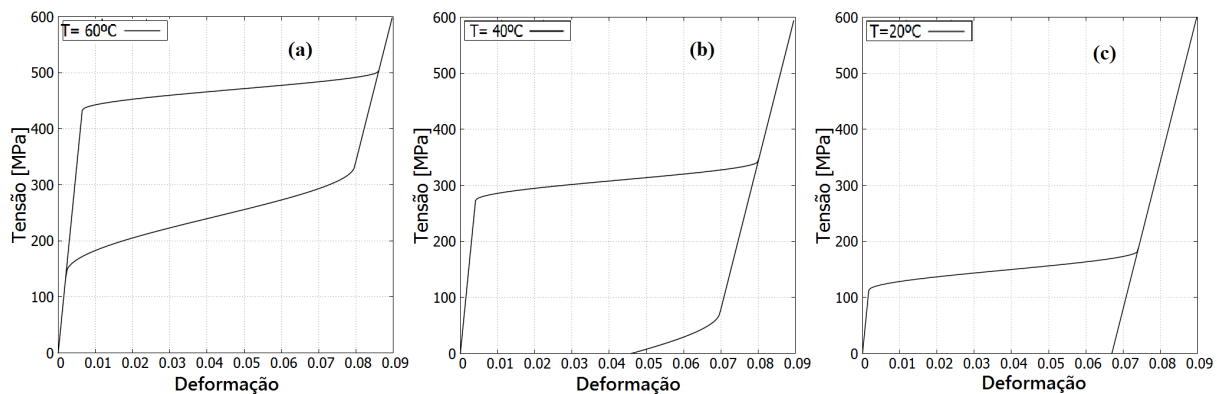
Nesta seção são apresentas simulações para o modelo com histerese proposto por Brinson. Inicialmente são reproduzidos alguns resultados obtidos pela autora, do referido modelo matemático, com o intuito de validar as simulações. As propriedades do material são apresentadas na Tabela 2.

É apresentado na figura 63(a) o comportamento pseudoelástico da liga de *Nitinol* referida na Tabela 2. É nítida a curva de histerese formada pelo carregamento e descarregamento, a uma

**Tabela 2.** Propriedades do material para a liga de Nitinol. Fonte: (Brinson, 1993)

$E_A = 67 \cdot 10^3 \text{ MPa}$	$M_f = 9[^\circ\text{C}]$	$A_f = 49[^\circ\text{C}]$	$\epsilon_L = 0,067$
$E_M = 26,3 \cdot 10^3 \text{ MPa}$	$M_S = 18,4[^\circ\text{C}]$	$C_M = 8 \text{ MPa}/^\circ\text{C}$	$\sigma_S^{cr} = 100 \text{ MPa}$
$\theta = 0,55 \text{ MPa}/^\circ\text{C}$	$A_S = 34,5[^\circ\text{C}]$	$C_A = 13,8 \text{ MPa}/^\circ\text{C}$	$\sigma_T^{cr} = 170 \text{ MPa}$

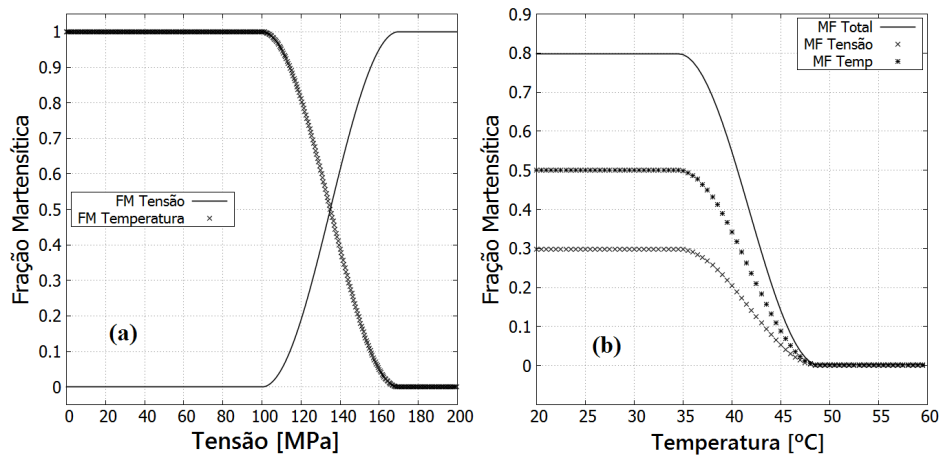
temperatura de  $60[^\circ\text{C}]$ . Ao reduzir a temperatura para  $40[^\circ\text{C}]$  (b), o laço de histerese encontra o eixo da abscissa e é observado uma deformação residual para um estado livre de tensões. A esta temperatura é observado o Efeito Memória de Forma (EMF) e o Efeito Pseudoelástico (EP). A uma temperatura de  $20[^\circ\text{C}]$  (figura 63c) é observado o Efeito Memória de Forma(EMF). Ao descarregar totalmente a liga é observado uma deformação residual  $\epsilon_L = 0,067$ . Se a liga for aquecida à  $60[^\circ\text{C}]$  novamente, ela volta a apresentar o comportamento da figura 63(a).



**Figura 63.** Efeito Pseudoelastico à  $60[^\circ\text{C}]$ (a). EMF e Pseudoelasticidade a  $40[^\circ\text{C}]$  e EMF a  $20[^\circ\text{C}]$  (c).

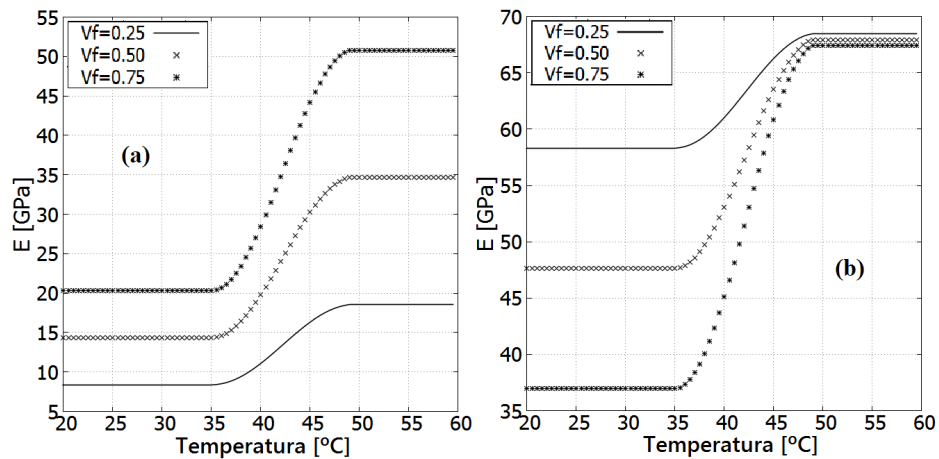
O comportamento das frações de martensita induzidas por tensão (MF-Tensão) e por temperatura (MF-Temperatura) em função da tensão de carregamento é apresentado na figura 64(a). Para um determinado valor crítico de tensão, ocorre uma transformação de martensita maclada para martensita não-maclada. É apresentado na figura 64(b) o comportamento da fração martensítica com a temperatura. Para um certo valor crítico de temperatura, toda a fase martensita é transformada em austenita.

Partindo da martensita maclada, com estado livre de tensões, a uma temperatura inicial  $T_0 = 20[^\circ\text{C}]$  até uma temperatura final  $T_f = 60[^\circ\text{C}]$ , o módulo de elasticidade para compósitos com diferentes valores de fração volumétrica de fibra de LMF, com uma matriz epóxi e uma matriz de alumínio, se comportam da forma que são apresentadas na figura 65a e 65b, respectivamente. Inicialmente em baixas temperaturas a fibra se encontra na fase martensita e esta apresenta um módulo de elasticidade menor que a fase austenita, que é estável para temperaturas quente. Por este motivo ocorre um aumento no módulo de elasticidade do compósito



**Figura 64.** Fração Martensítica *vs.* Tensão ( $\beta_{T0} = 1.0, \beta_{S0} = 0.0, T = 5.0[^\circ C]$ ) (a), Fração martensita *vs.* Temperatura ( $\beta_{S0} = 0.02/\epsilon_L, \beta_{T0} = 0.5$ ) (b).

quando a temperatura é aumentada.

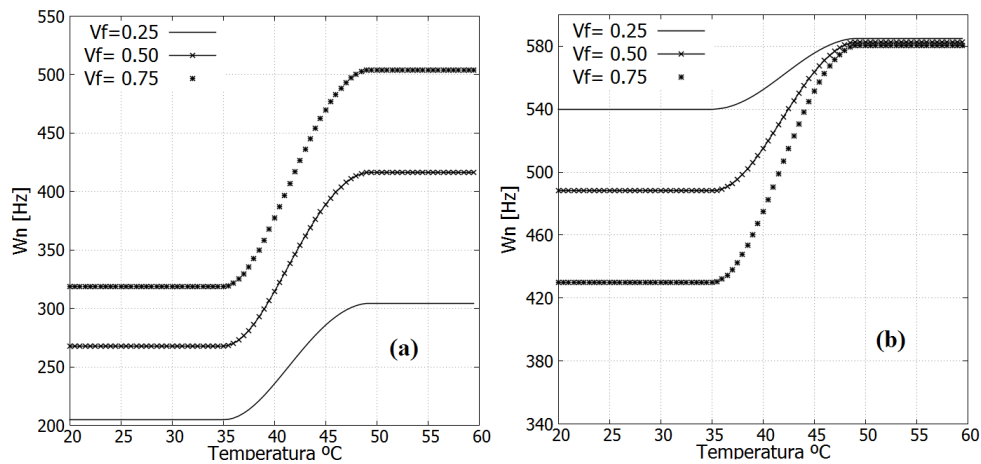


**Figura 65.** E *vs.* Temperatura para o CLMF com matriz epóxi (a) e Alumínio 6061 (b)

Um aumento (ou redução), no módulo de elasticidade provoca um aumento (ou redução) na frequência natural do sistema. As figuras 66(a) e 66(b) apresentam de modo qualitativo o comportamento do primeiro modo de vibração para compósitos com matriz epóxi e com matriz de alumínio, ao variar a temperatura.

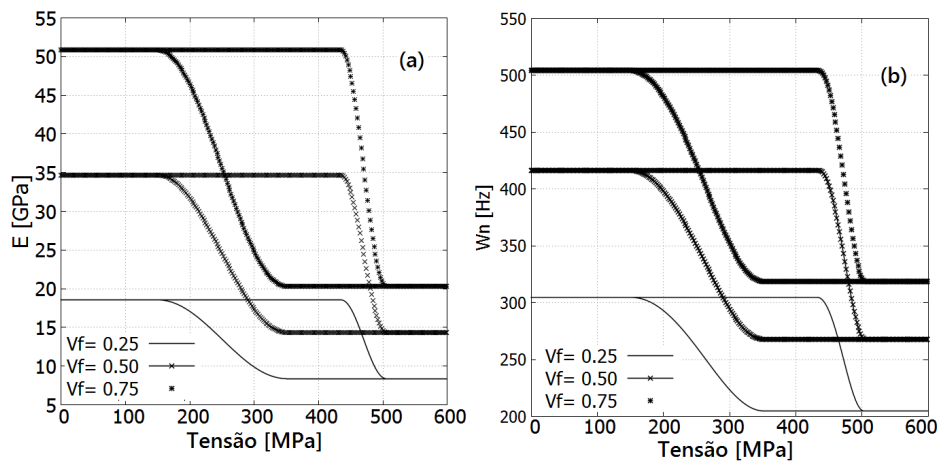
As curvas do comportamento dos módulos de elasticidade para CLMF com matriz epóxi e matriz de Alumínio 6061 foram obtidas para o caso de um ciclo de carregamento em três condições de fração volumétrica da fibra:  $V_f = 0.25, V_f = 0.50$  e  $V_f = 0.75$ , à temperatura constante de  $60[^\circ C]$ . É apresentado na figura 67 os resultados obtidos para a matriz Epóxi e na figura 68 para uma matriz de Alumínio. O laço de histerese está presente em todos os casos. Para o CLMF com matriz epóxi um aumento da fração volumétrica de fibra provoca um aumento no módulo de elasticidade do compósito e aumenta a altura do laço de histerese.

Durante o carregamento ocorre uma transformação martensítica, quando a tensão aplicada



**Figura 66.**  $W_n$  vs.  $T$  para CLMF com matriz epóxi (a) e com matriz metálica (b).

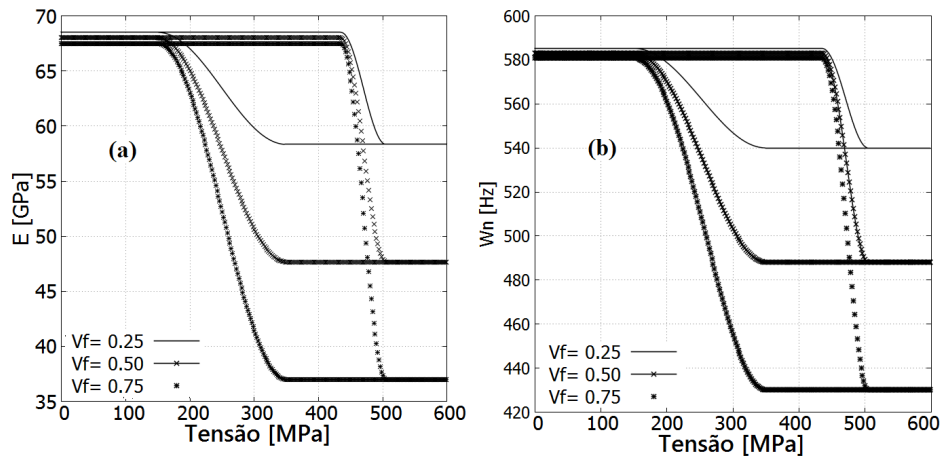
atinge o valor crítico de 432.8 [MPa]. A transformação acaba quando o valor de  $\sigma = 502.0$  [MPa] é atingido e os valores do módulo de Young finais são:  $E_{25} = 8.38$  [GPa],  $E_{50} = 14.36$  [GPa] e  $E_{75} = 20.34$  [GPa]. Ao ser descarregado ocorre a transformação inversa de martensita para austenita assim que a tensão  $\sigma = 331.0$  [MPa] é atingida. Isto ocasiona um aumento nos módulos de elasticidade do compósito. Comportamentos semelhantes são observados para as frequências naturais de sistema com esses CLMF (figura 67b e 68b ).



**Figura 67.**  $E$  vs. Tensão (a),  $W_n$  vs. Tensão (b) para CLMF com matriz epóxi à 60[°C]

É apresentado nas figuras 68(a) e 68(b) o comportamento do módulo de elasticidade para o CLMF com matriz de Alumínio 6061. O Alumínio 6061 possui módulo de elasticidade de 69.0 GPa. A fibra de LMF, utilizada para análise, possui módulo de elasticidade  $E_A = 67.0$  GPa à temperatura de 60[°C] e a um estado livre de tensões. Esse é o valor referente à fase Austenita.

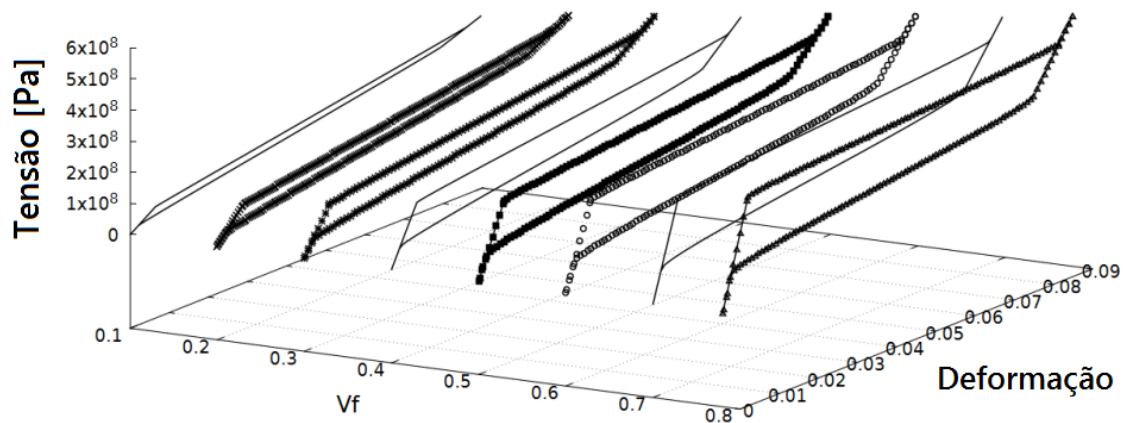
Devido os valores iniciais dos módulos de elasticidade serem próximos, a variação da fração volumétrica de fibra de LMF é sentida apenas quando o estado de tensão induz a transformação da fase austenita para a fase martensita. Como no caso anterior para a matriz epóxi, o laço de histerese aumenta à medida que aumenta  $V_f$ , no entanto, é acompanhado de uma significativa



**Figura 68.**  $E$  vs. Tensão (a) e  $W_n$  vs. Tensão (b) para CLMF com matriz Alumínio 6061 à  $60^{\circ}C$ .

redução do módulo de elasticidade do compósito.

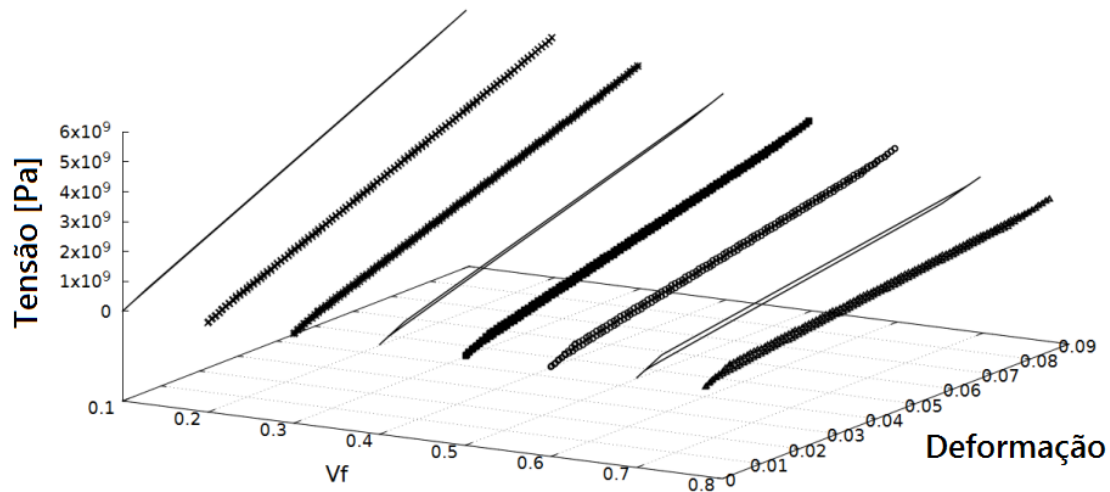
Na figura 69 é possível observar a evolução do laço de histerese, num compósito com matriz epóxi à medida que a fração de fibra de LMF aumenta. Há claramente um alargamento do laço de histerese e por conseguinte uma maior variação das propriedades do compósito, como o módulo de Young e a capacidade de dissipar energia mecânica. Este alargamento não é obtido, de forma tão significativa, no compósito com matriz de Alumínio 6061 (figura 70). Possivelmente a rigidez da matriz metálica suprime a não linearidade inerente da fibra de LMF.



**Figura 69.** Tensão vs. deformação vs.  $V_f$  para SMAHC com matriz epóxi à  $60^{\circ}C$ .

## Análise Dinâmica

Na seção anterior foi feito um estudo do comportamento das LMFs e CLMFs sob carregamento estático. Nesta seção são consideradas barras com esses materiais e estas barras fazem



**Figura 70.** Tensão *vs.* deformação *vs.*  $V_f$  para SMAHC com matriz de Alumínio 6061 à  $60[^\circ C]$ .

parte de um oscilador mecânico. O estudo da dinâmica desses osciladores são realizados com dois modelos, o Modelo Polinomial e o Modelo com Histerese.

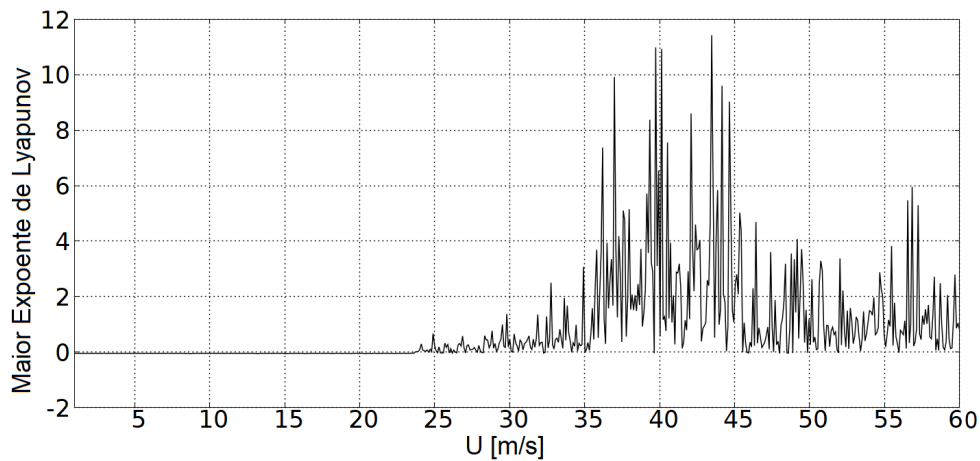
### *Modelo Polinomial*

Devido sua simplicidade e a riqueza de respostas que pode apresentar, foram realizadas diversas simulações usando o modelo polinomial proposto por Falk. Os parâmetros do oscilador são:  $m = 100.0[\text{kg}]$ ,  $A = 10^{-4}[\text{m}^2]$ ,  $C_L = 1.0$ ,  $L = 1.0 [\text{m}]$ ,  $D = 1.0[\text{m}]$ ,  $\rho = 1.2041[\text{kg}/\text{m}^3]$ ,  $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} [\text{Pa}\cdot\text{s}]$ .

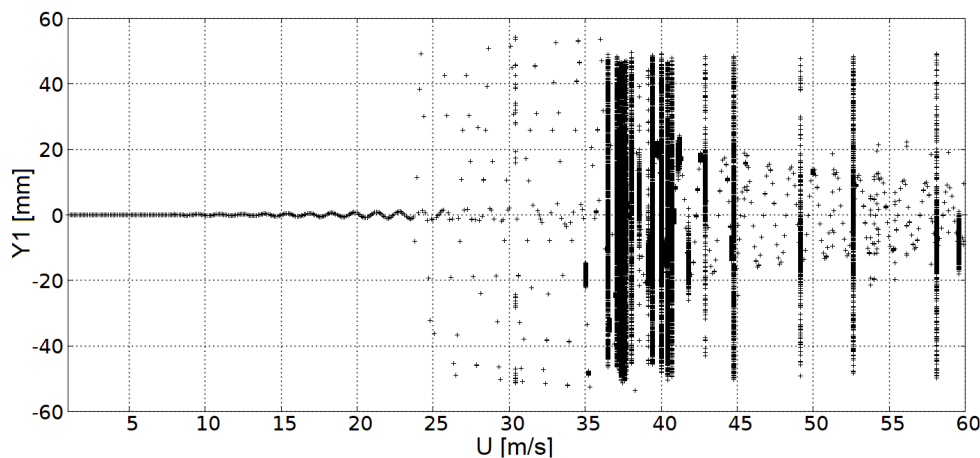
O espectro de Lyapunov e o diagrama de bifurcação são apresentados nas figuras 71 e 72 para uma temperatura de transição  $T = 25.0[^\circ C]$ , fração volumétrica de fibra  $V_f = 0.15$  e variando a velocidade do escoamento. É observado que não há mudança na estrutura do sistema para uma faixa de velocidade de  $2[\text{m}/\text{s}]$  até aproximadamente  $25 [\text{m}/\text{s}]$ . De aproximadamente  $25.0 [\text{m}/\text{s}]$  a  $60.0 [\text{m}/\text{s}]$  o sistema apresenta uma riqueza maior em sua resposta passando por regiões onde os valores saltam diante de pequenas mudanças na velocidade.

Os picos de valores positivos no Espectro de Lyapunov (figura 71) e as faixas escuras no diagrama de bifurcação (figura 72), as chamadas *Nuvens de Pontos*, indicam que há valores para os quais o sistema apresenta uma resposta caótica. A Nuvem de Pontos ocorre para alguns valores de velocidade entre  $35.0 [\text{m}/\text{s}]$  e  $45.0 [\text{m}/\text{s}]$  e para alguns valores isolados de velocidades entre  $45.0$  e  $60.0 [\text{m}/\text{s}]$ .

O retrato de estados para dois valores da velocidade do escoamento:  $U = 20.0 [\text{m}/\text{s}]$  (a) e  $U = 37.0$  (b) são apresentados na figura 73. O primeiro é característico de uma resposta periódica em que o sistema apresenta uma figura geométrica fechada. O segundo é típico de



**Figura 71.** Espectro de Lyapunov com  $T = 25.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.15$ .



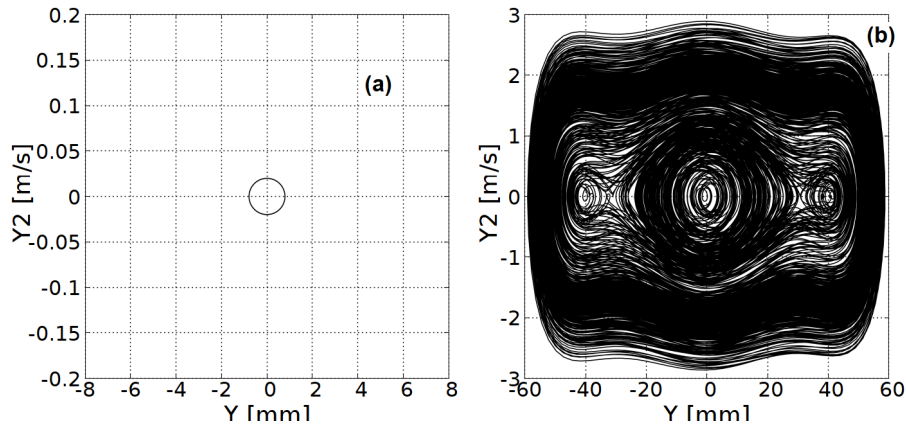
**Figura 72.** Diagrama de Bifurcação  $T = 25.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.15$ .

uma resposta caótica, onde o retrato de estados tende a ser totalmente preenchido. Nota-se ainda que para este caso as amplitudes da resposta caótica são maiores que as amplitudes da resposta periódica.

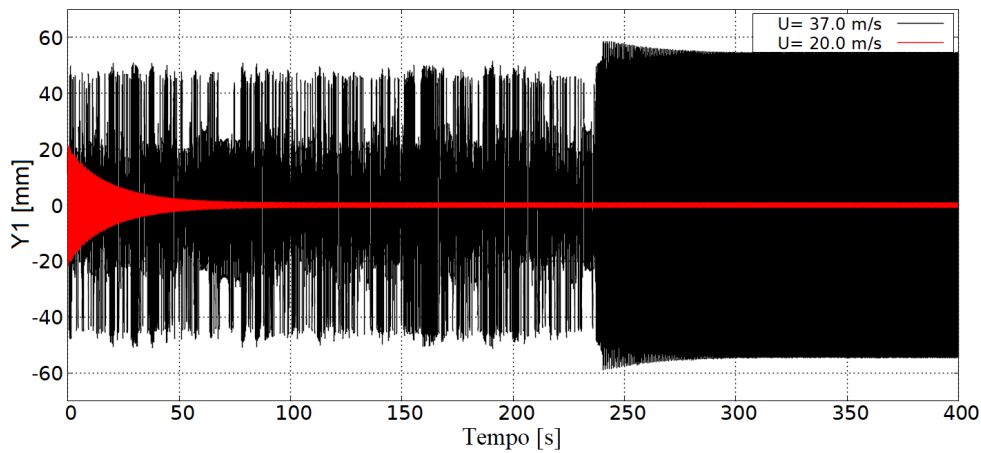
O histórico da vibração para uma velocidade de escoamento  $U=37.0$  [m/s] é mostrado na figura 74. Ocorreu neste caso um *Caos Transiente*, onde em um determinado momento o comportamento global do sistema muda drasticamente de uma resposta caótica para uma resposta periódica. O histórico da amplitude de vibração para a velocidade de  $U=20.0$  [m/s] é apresentado na mesma figura. Observa-se que na resposta periódica o transiente é significativamente menor, contribuindo para a conclusão de que no caso de  $U=37.0$  [m/s] trata-se de um *Caos Transiente* e não simplesmente de um *Transiente*.

Ao aumentar a fração volumétrica de fibra de LMF no compósito, é do senso comum esperar que as não linearidades também aumentem. No entanto, verifica-se pelo espectro de Lyapunov (figura 75a) e pelo Diagrama de Bifurcação (figura 75b) que, para o oscilador usado, isso não ocorreu. Há valores de expoentes de Lyapunov positivos, no entanto, tais valores se encontram





**Figura 73.** Retrato de estado para  $T = 25.0[^\circ C]$ ,  $V_f = 0.15$  e  $U=20.0$  [m/s] (a),  $U=37.0$  [m/s] (b)

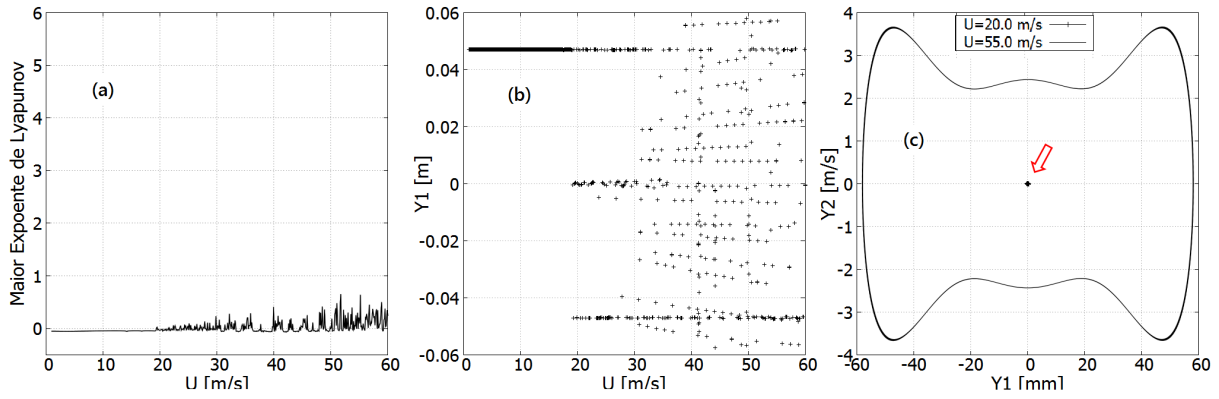


**Figura 74.**  $Y$  vs. Tempo ( $T = 25.0[^\circ C]$ ,  $V_f = 0.15$ ).

muito próximos do zero. Verificam-se mudanças na estrutura do sistema, mas não ocorre a presença de respostas caóticas, como observado nas figuras 75a e 75b.

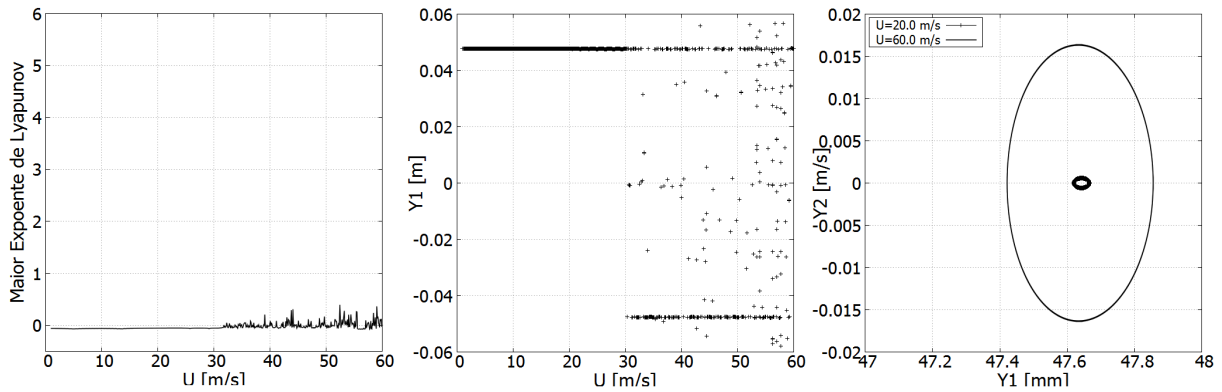
Os retratos de estados para dois pontos de velocidade são apresentados na figura 75c. Para uma velocidade de  $U= 20.0$  [m/s] o retrato é um círculo dentro de um domínio pequeno, se comparado ao domínio ocupado pela estrutura gerada com uma velocidade  $U= 55.0$  [m/s]. Um aumento na velocidade de  $20.0$  [m/s] para  $55.0$  [m/s] muda em uma ordem de grandeza a velocidade ( $Y2$ ) e em duas ordens de grandeza a posição ( $Y1$ ). Apesar de que aumentando a velocidade, ocorre um aumento na magnitude da força de excitação externa, e por raciocínio dedutivo, um aumento na amplitude de resposta do sistema. Este aumento tão expressivo, na posição e na velocidade, está mais relacionado à natureza não linear do sistema.

Aumentando a fração volumétrica de  $0.50$  para  $0.78$  não há muitas alterações no comportamento global do sistema como pode ser observado ao se analisar o espectro de Lyapunov (figura 76a) e o diagrama de bifurcação (figura 76b). O retrato de estados para dois valores de velocidade são apresentados na figura 76c. Em ambos os casos o sistema apresenta uma



**Figura 75.** Espectro de Lyapunov (a), Diagrama de Bifurcação (b) e Retrato de Estados (c) para  $T = 25.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.50$ .

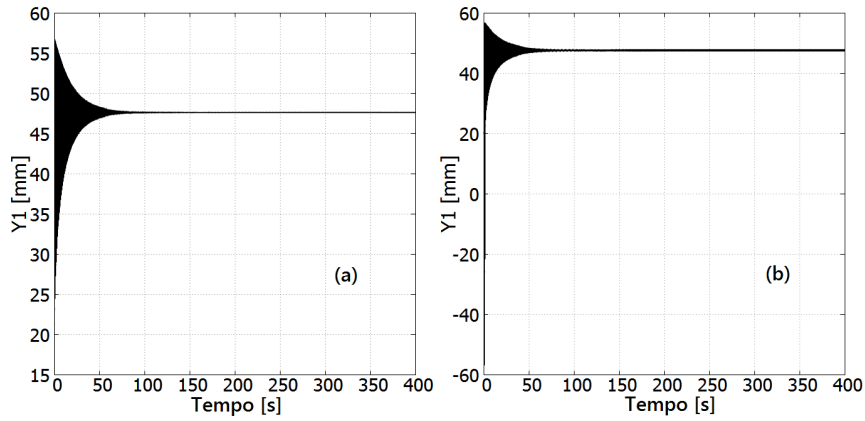
resposta periódica.



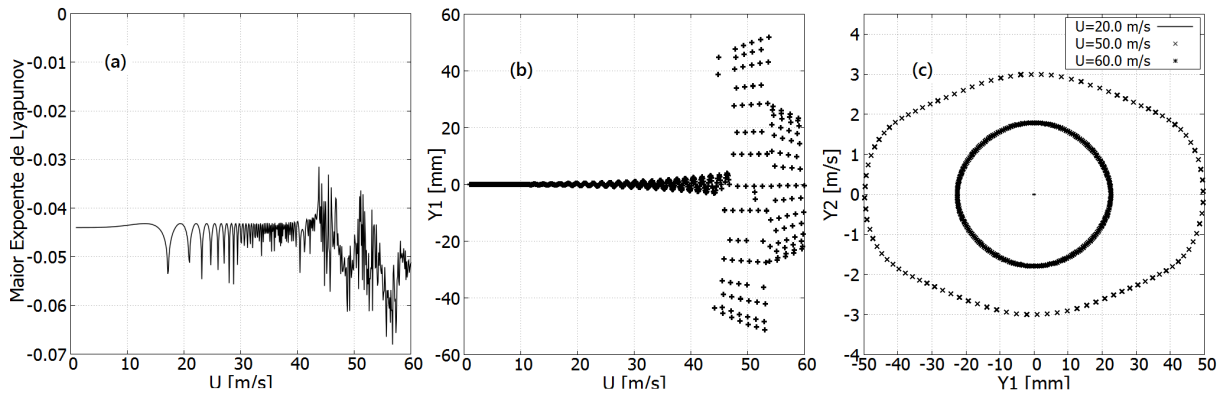
**Figura 76.** Espectro de Lyapunov (a), Diagrama de Bifurcação (b) e Retrato de Estados (c) para  $T = 25.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.78$ .

É possível observar nos retratos de estado na figura 76c e nos sinais de vibrações, apresentados na figuras 77, que o sistema oscila em torno de um valor diferente do obtido para  $V_f = 0.50$ , para as mesmas velocidades de escoamento. Neste último a oscilação é em torno de  $Y1 = 0.0$  [m], já para uma fração volumétrica de fibra igual a 0.78 a oscilação é em torno de  $47.645$  [mm] para  $U = 20.0$  [m/s]. O mesmo é observado na figura 77b, onde a velocidade do escoamento é  $U = 60.0$  [m/s].

A seguir são apresentados resultados de simulações para uma temperatura  $T = 45.0[^\circ C]$ , temperatura esta onde a fase austenítica é estável. Nessa temperatura o sistema apresenta repostas periódicas para a faixa de valores de velocidade do escoamento simulados. Observa-se, no entanto, flutuações no espectro de Lyapunov (figura 78a) e uma mudança na estrutura global no diagrama de bifurcação (figura 78b). Os retratos de estado para velocidades de escoamento iguais a 20.0, 50.0 e 60.0 [m/s] são apresentados na figura 78c. Ao alterar a velocidade de 20.0 para 50.0 [m/s] ocorre um aumento significativo na amplitude de vibração e ao aumentar a velocidade de 50.0 para 60.0 [m/s] há uma redução na amplitude de vibração (figura 78c).



**Figura 77.**  $Y_1$  vs. Tempo para  $U=20.0$  [m/s] (a) e  $U=60.0$  [m/s] (b)



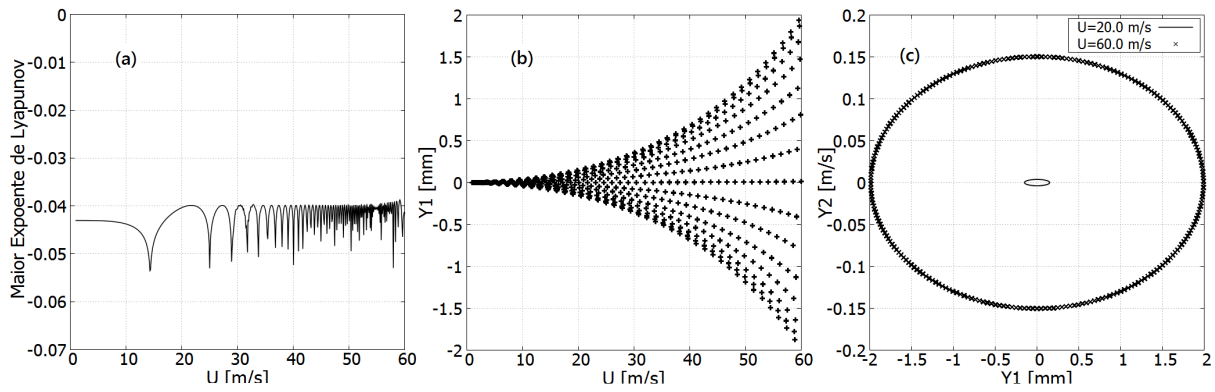
**Figura 78.** Espectro de Lyapunov (a), diagrama de bifurcação (b) e retrato de estados para  $T = 45.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.15$

Um aumento na fração volumétrica de LMF para  $V_f = 0.50$  não é seguido por um aumento nas não-linearidades do sistema, como observado pelos valores negativos dos expoentes de Lyapunov na figura 79a. No entanto, há uma mudança na estrutura global do sistema, ou até mesmo um padrão no diagrama de bifurcação (figura 79b). Este se assemelha a uma resposta em ressonância, no entanto não possui a mesma natureza física. É apresentada na figuras 79c retratos de estado para dois valores de velocidade:  $U = 20.0$  [m/s] e  $U = 60.0$  [m/s].

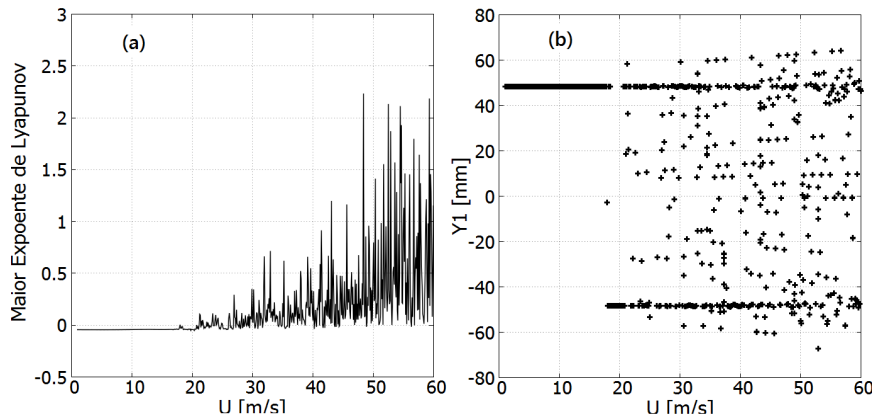
Simulações também foram realizadas para uma temperatura  $T = 10.0[^\circ C]$ , valor este onde a fase martensita é estável. Os resultados do Espectro de Lyapunov e do Diagrama de Bifurcação para frações volumétricas de 0.15 e 0.50 são apresentados nas figuras 80 e 81. As análises e interpretações são semelhantes aos casos anteriores, logo, para não ficar repetitivo serão omitidas.

### *Modelo com Histerese*

As simulações utilizando o modelo com histerese foram realizadas com os valores de parâmetros apresentados na Tabela 2 e com fator de amortecimento  $\zeta = 0.0$ . São apresentados



**Figura 79.** Espectro de Lyapunov (a), diagrama de bifurcação (b) e retrato de estados para  $T = 45.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.50$

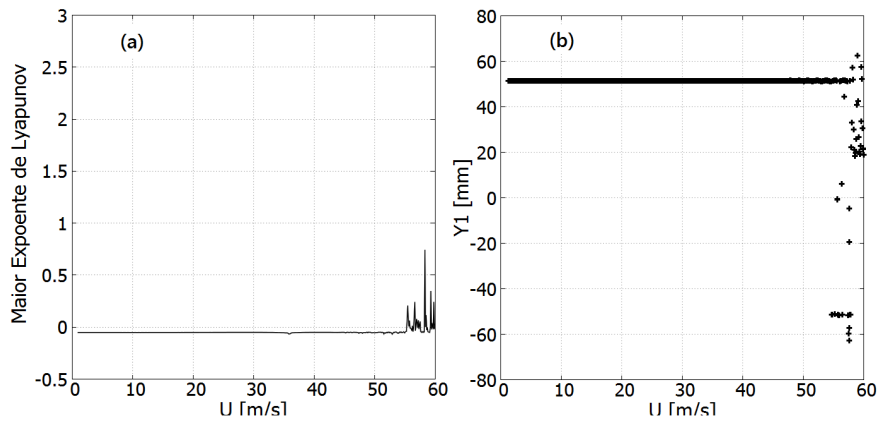


**Figura 80.** Espectro de Lyapunov (a) e diagrama de bifurcação (b) para  $T = 10.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.15$

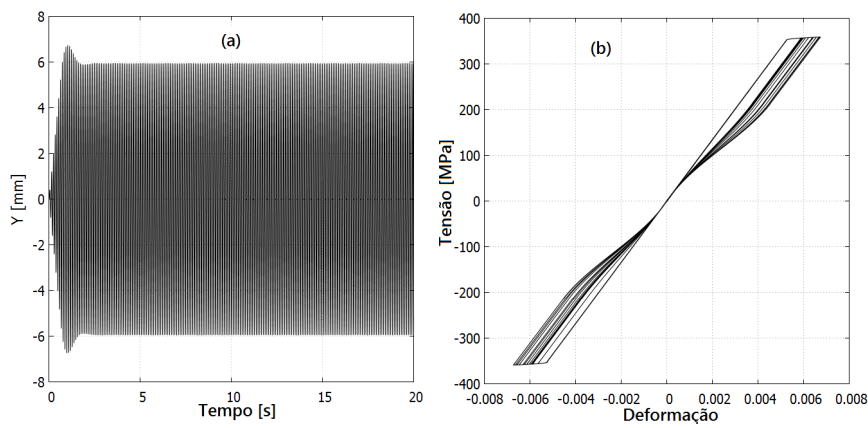
nas figuras 82 e 83 as amplitudes de vibração do sistema e as curvas tensão-deformação para temperaturas de  $50.0[^\circ C]$  e  $70.0[^\circ C]$ , respectivamente. Netas temperaturas a fase Austenítica é a fase estável.

É observado nas figuras 82a e 83a que a amplitude de oscilação do sistema tende a aumentar devido o mesmo estar em ressonância. No entanto, ao atingir um limiar de deformação, inicia-se a transformação de fase da Austenita para a Martensita. Devido esta transformação de fase, ocorre uma mudança no módulo de Young e conseqüentemente na frequência natural do sistema, retirando-o da ressonância.

O limiar de tensão é definido pelas condições de contorno da equação constitutiva da LMF e pode ser alterado pela temperatura, como pode ser observado comparando as figuras 82b e 83b.



**Figura 81.** Espectro de Lyapunov (a) e diagrama de bifurcação (b) para  $T = 10.0[^\circ C]$  e  $V_f = 0.50$



**Figura 82.** Amplitude de vibração(a) e Curva Tensão-Deformação(b) para  $T = 50.0[^\circ C]$ .

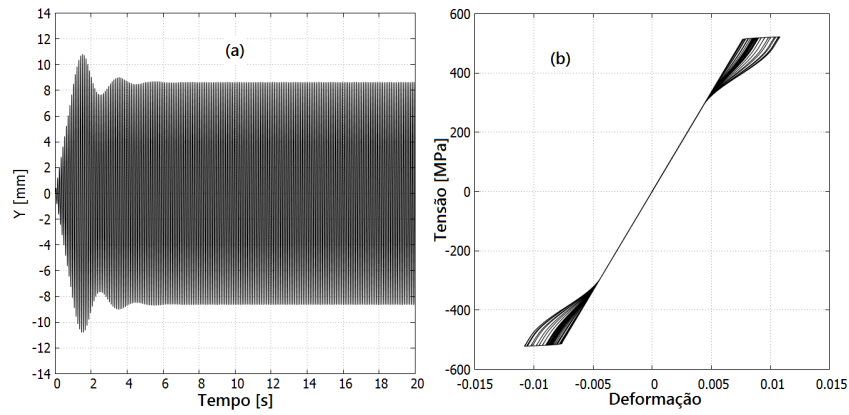
## Controle Ativo

Após uma melhor compreensão das respostas dinâmicas apresentadas pelos osciladores em estudo, é realizada nesta seção o controle desses sistemas dinâmicos. Os casos apresentados na subseção Controle Ativo, do capítulo anterior, são simulados e seus resultados apresentados a seguir.

### *Caso A: Modelo com Histerese e saturação*

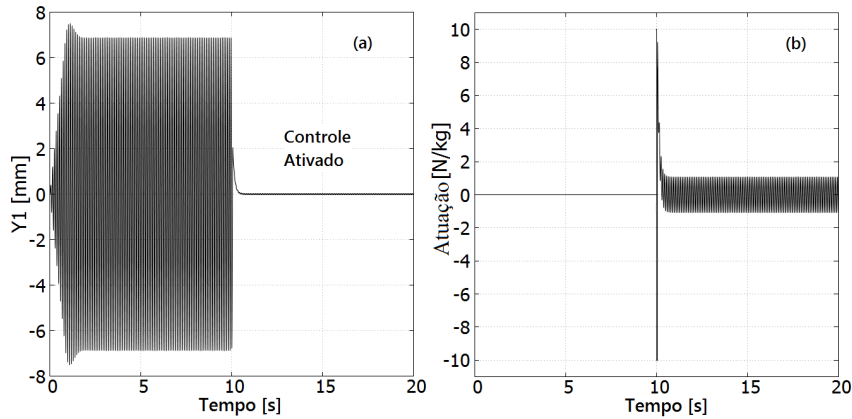
Para esta simulação os parâmetros de controle são:  $\lambda = 0.5$ ,  $\kappa = 0.1$ ,  $\phi = 0.01$ ,  $y_d = 0.0$  e  $\dot{y}_d = 0.0$ . A taxa de amostragem do simulador é de 1kHz e para o controlador de 0.5 kHz.

Mesmo diante do desconhecimento da dinâmica do oscilador e das não linearidades tipo histerese e saturação (Seção Equação de Governo com o Modelo de Brinson) o controle por modos deslizantes mostrou-se eficiente como observado nas figuras 84 e 85. Quando o controle é ativado após 10 segundos de oscilação (84a) ocorre picos na força de atuação que alcançam os



**Figura 83.** Amplitude de vibração(a) e Curva Tensão-Deformação(b) para  $T = 70.0[^\circ C]$ .

limites inferior e superior impostos(84b), no entanto, logo se estabiliza. O erro de rastreamento em regime permanente oscila em torno do zero com uma amplitude de 0.025 mm (85a). Também é apresentada na figura 85b o espaço de estado do erro.

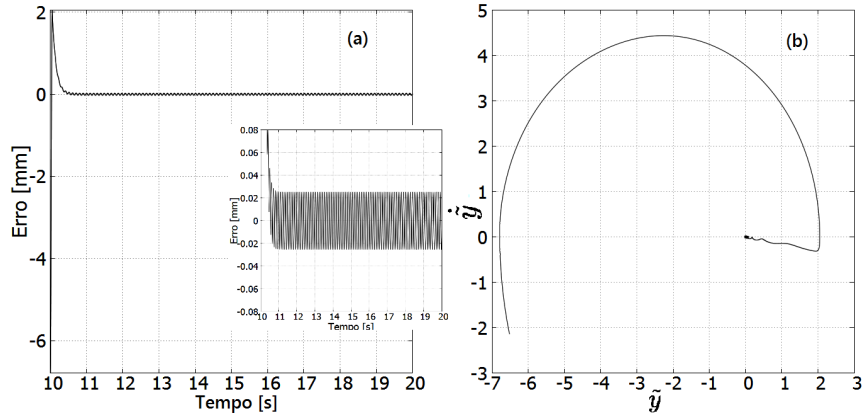


**Figura 84.** Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b).

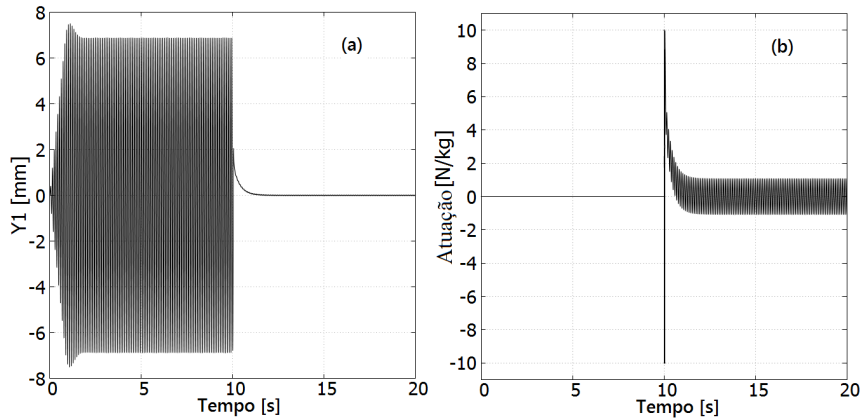
Também foi simulado um controle inteligente para o caso anterior. Os parâmetros de controle foram:  $\lambda = 0.5$ ,  $\kappa = 0.1$ ,  $\phi = 0.01$ ,  $y_d = 0.0$  e  $\dot{y}_d = 0.0$ . O vetor de pesos é iniciado com  $\mathbf{w}=\mathbf{0}$  e atualizado a cada iteração. A taxa de adaptação é  $\eta = 8$  e o centro de cada neurônio é dado por  $\varphi = \{-\phi, -\phi/2, -\phi/4, 0, \phi/4, \phi/2, \phi\}$ .

São apresentados nas figuras 86 e 87 os resultados obtidos para o Controle por Modos Deslizantes Inteligente (CMDI).

Comparando o erro de trajetória (figura 88a) e o espaço de fase do erro (figura 88b) do CMD e CMDI observa-se que este último promove um controle mais eficiente, tomando como parâmetro a amplitude o erro de rastreamento. Apesar do CMD já ter obtido um erro de rastreamento pequeno, para aplicações que exijam precisão o uso do CMDI é preferível.



**Figura 85.** Erro de rastreamento (a) e Espaço de estado do erro (b).

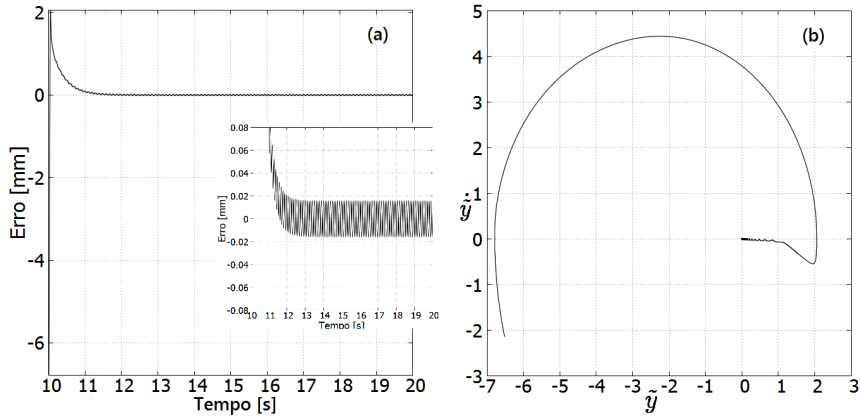


**Figura 86.** Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b).

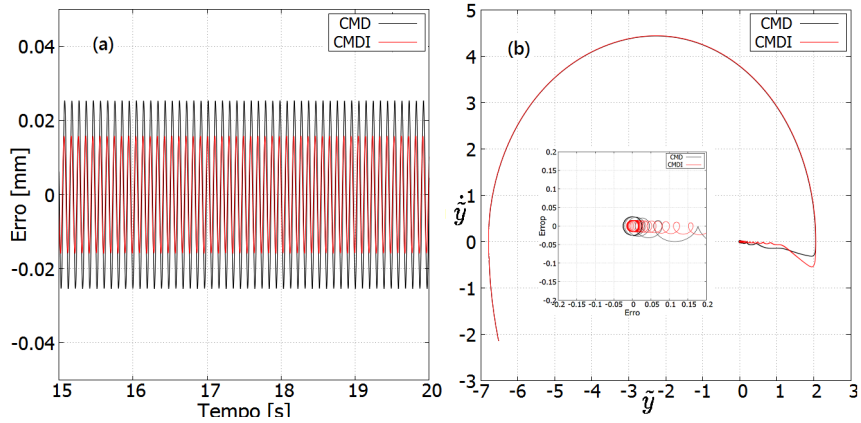
### *Caso B: Modelo com histerese, zona-morta assimétrica, saturação e parâmetros flutuantes*

Aqui é considerada a condição apresentada na Seção Caso B: Histerese, zona-morta, saturação e parâmetros flutuantes, em que é simulado um caso mais próximo da realidade. Para isto foi adicionada uma zona-morta assimétrica e foi considerado que os parâmetros  $\hat{C}_L$  e  $\hat{U}$  variam no tempo. Foi adotado que a zona-morta equivale a 10% do valor de saturação para  $\delta_l$  e 14% para  $\delta_r$ . A resposta do sistema, a ação de controle, o erro de trajetória e o espaço de fase do erro, utilizando um Controle por Modos Deslizantes, são apresentados nas figuras 89 e 90. A ação de controle é iniciada em  $t=10.0$  [s] e os parâmetros de controle foram:  $\lambda = 0.5$ ,  $\kappa = 0.1$ ,  $\phi = 0.01$ ,  $y_d = 0.0$  e  $\dot{y}_d = 0.0$ .

Utilizando o CMD, o máximo e mínimo deslocamento são  $y_{max} = 54.14[\mu m]$  e  $y_{min} = -52.00[\mu m]$ , respectivamente. A amplitude da oscilação é  $Amp = 53.07[\mu m]$  em torno de  $y = 1.06[\mu m]$ . Como o estado desejado é  $y_d = 0.0$ , o erro de rastreamento em regime permanente possui os mesmos valores. O erro de trajetória e o espaço de estado do erro são apresentados nas figuras 90a e 90b, respectivamente.



**Figura 87.** Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b).



**Figura 88.** Comparação entre os erros de trajetória (a) e Espaço de fase do erro (b).

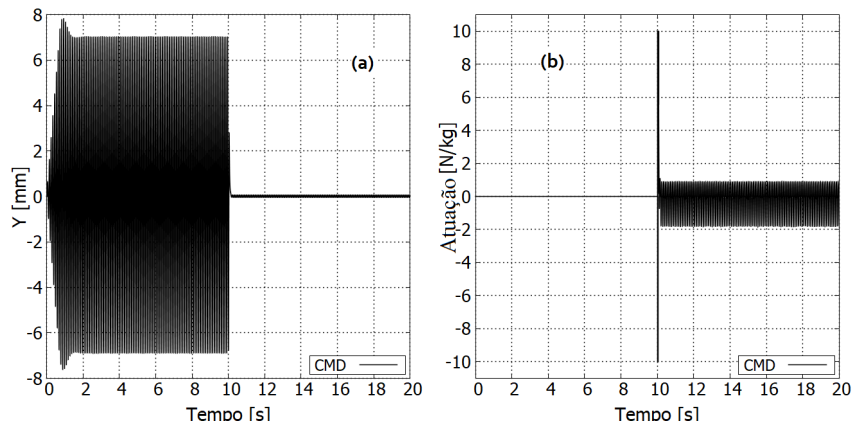
As figuras 91 e 92 são resultados numéricos utilizando um Controle por Modos Deslizantes Inteligente. O vetor de pesos foi iniciado com  $\mathbf{w}=\mathbf{0}$  e atualizado a cada iteração. A taxa de adaptação é  $\eta = 8$  e o centro de cada neurônio é  $\varphi = \{-\phi, -\phi/2, -\phi/4, 0, \phi/4, \phi/2, \phi\}$ . Com esta técnica a amplitude do deslocamento foi reduzida para  $Amp = 11.84[\mu m]$  ao redor de  $y = 0.53[\mu m]$ . Os deslocamentos máximo e mínimo são  $y_{max} = 12.37[\mu m]$ ,  $y_{min} = -11.31[\mu m]$ , respectivamente.

Os erros de rastreamento obtidos usando a técnica de Controle por Modos Deslizantes clássica e Controle por Modos Deslizantes Inteligente são comparados e apresentados na figura 93. As duas produzem erros de rastreamento pequenos, no entanto, o CMDI foi considerado mais eficiente por obter erros mais próximos à zero. É importante destacar que aqui é considerado como parâmetro determinante de eficácia no controle, o erro de rastreamento.

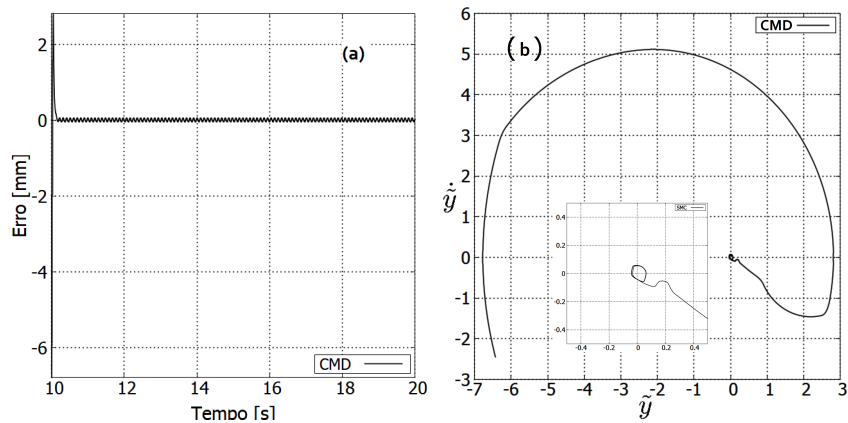
### **Caso C: Resposta Caótica**

Na seção Modelo Polinomial foi verificado que o modelo polinomial apresenta respostas caóticas para alguns valores de seus parâmetros. Aqui é testado a capacidade do CMD e do





**Figura 89.** Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) usando o CMD.



**Figura 90.** Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b) usando o CMD.

CMDI de controlar respostas caóticas. Os parâmetros do oscilador são os mesmos usados na referida seção e os valores de  $V_f$ ,  $U$  e  $T$  que produzem respostas caóticas são  $0.15$ ,  $37.0$  [m/s] e  $25$  [°C], respectivamente.

Diferente dos casos A e B, o controle é ativado desde o tempo inicial  $t_0 = 0.0$ . Os parâmetros do controlador são:  $\lambda = 0.5$ ,  $\kappa = 1.0$ ,  $\phi = 0.01$ ,  $y_d = 0.0$  e  $\dot{y}_d = 0.0$ .

São apresentadas nas figuras 94 e 95 os resultados obtidos para o CMD. O sistema de controle consegue manter a amplitude de vibração próximo a zero, no entanto, a amplitude da vibração obtida foi de  $74.0$  [ $\mu m$ ]. Dependendo da aplicação este valor é insatisfatório ou até mesmo inadmissível.

O Controle por Modos Deslizantes Inteligente foi usado para controlar o oscilador. O vetor de pesos é iniciado com  $\mathbf{w}=\mathbf{0}$  e atualizado a cada iteração. A taxa de adaptação é  $\eta = 8$  e o centro de cada neurônio é  $\varphi = \{-\phi, -\phi/2, -\phi/4, 0, \phi/4, \phi/2, \phi\}$ . Os resultados são apresentados na figura 96 e 97. A amplitude de vibração em regime permanente caiu para  $32.0$  [ $\mu m$ ].

É apresentada na figura 98 uma comparação, do Erro de Rastreamento e do Espaço de Estado do Erro, entre o CMD e o CMDI, em regime permanente.

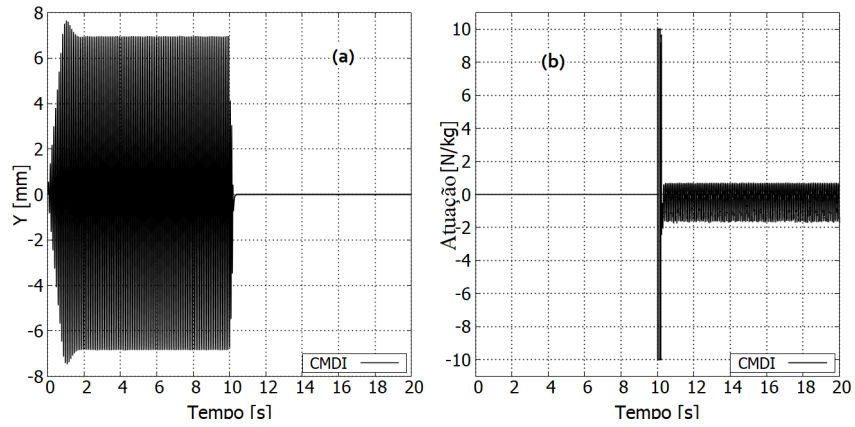


Figura 91. Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) usando o CMDI.

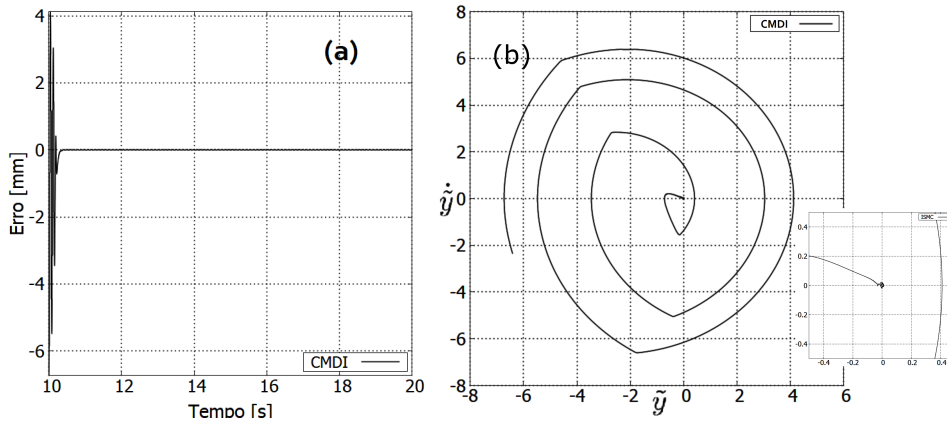


Figura 92. Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b) usando o CMDI.

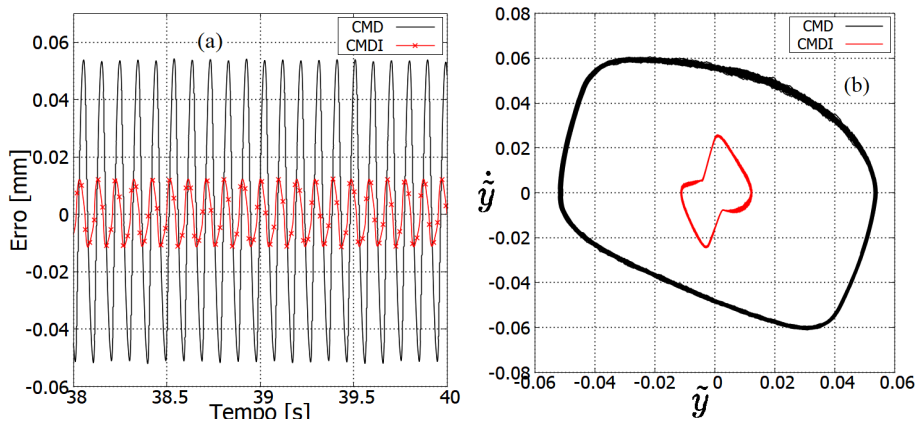
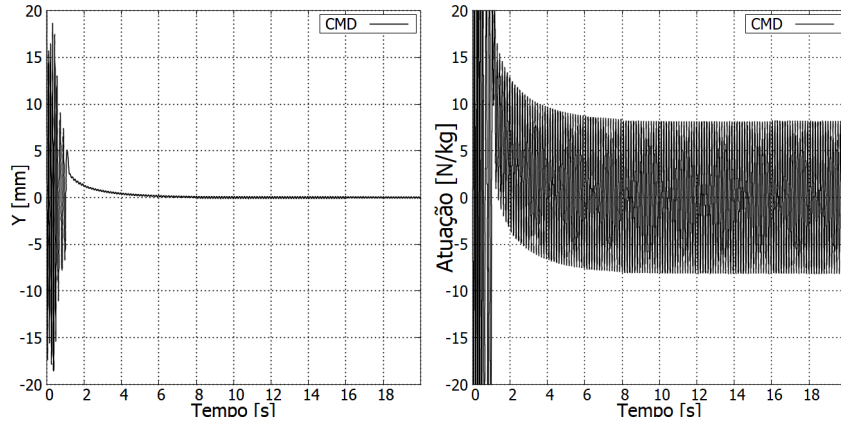
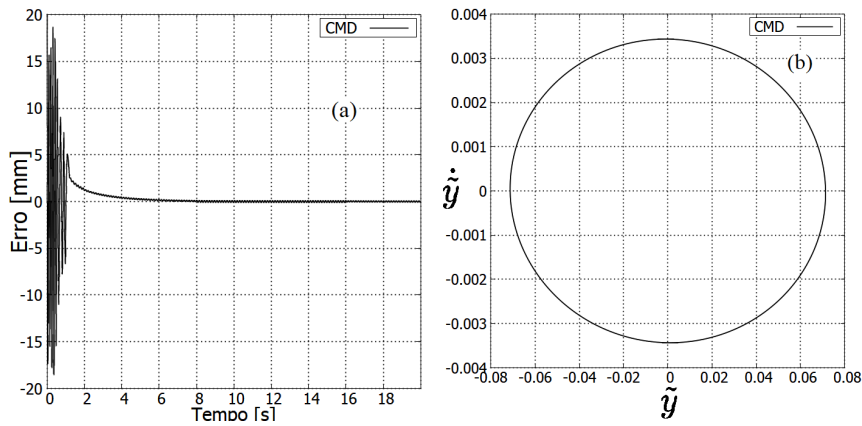


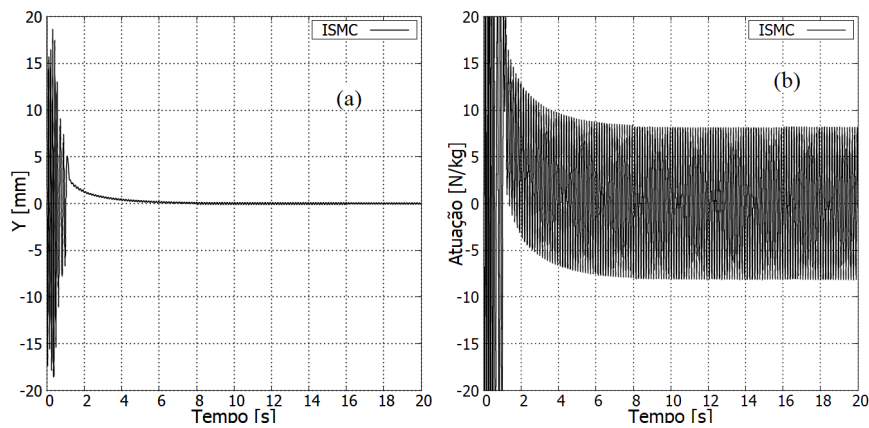
Figura 93. Comparando os erros de rastreamento(a) e retrato de estados(b) em regime permanente.



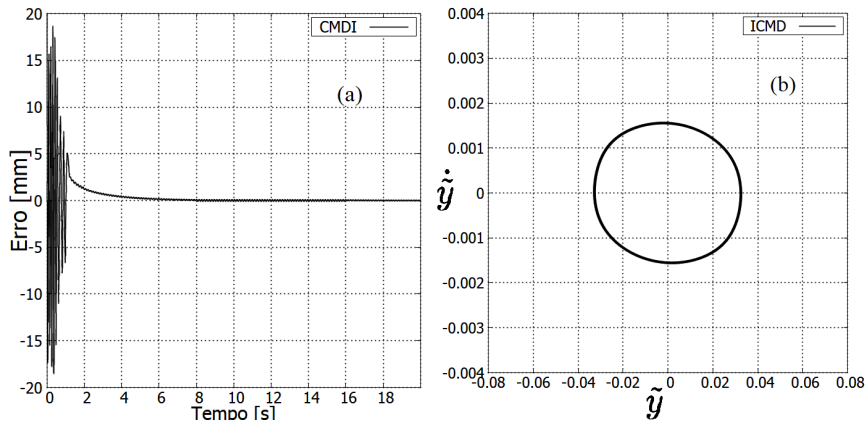
**Figura 94.** Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) para  $V_f = 0.15$ ,  $U=37.0$ [m/s] e  $T = 25$ [ $^{\circ}C$ ], com o CMD.



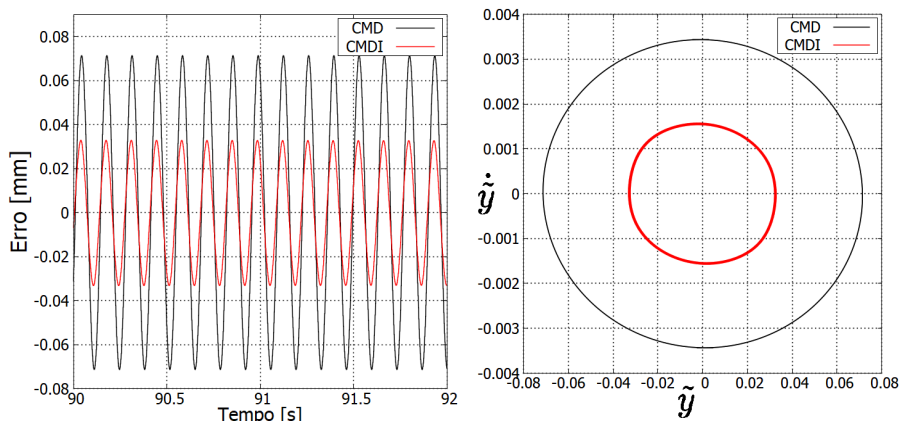
**Figura 95.** Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b) para  $V_f = 0.15$ ,  $U=37.0$ [m/s] e  $T = 25$ [ $^{\circ}C$ ], com o CMD.



**Figura 96.** Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) para  $V_f = 0.15$ ,  $U=37.0$ [m/s] e  $T = 25$ [ $^{\circ}C$ ], com o CMDI.



**Figura 97.** Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b) para  $V_f = 0.15$ ,  $U=37.0$ [m/s] e  $T = 25$ [ $^{\circ}C$ ], com o CMDI.



**Figura 98.** Erro de rastreamento (a) e Espaço de Estado do erro (b) para  $V_f = 0.15$ ,  $U=37.0$ [m/s] e  $T = 25$ [ $^{\circ}C$ ], com o CMD e com o CMDI.

# Conclusões

Devido à propriedade de pseudo elasticidade e a capacidade de dissipar energia mecânica, as Ligas com Memórias de Forma são de particular interesse para serem usadas em estruturas sujeitas à vibrações mecânicas. Se forem usadas na forma de materiais compostos, deve ser feito um estudo do comportamento macro mecânico do compósito resultante, analisando a quantidade de liga no compósito e a influência da rigidez da matriz na formação do laço de histerese.

Estruturas com LMFs ou CLMFs podem apresentar uma diversidade de respostas dinâmicas, tais como comportamentos Periódicos e Caóticos. Um maior conhecimento de sua dinâmica pode municiar o engenheiro frente à respostas que fogem das linhas de pensamentos tradicionais, resultado do uso histórico de materiais lineares. Para realizar este estudo é essencial que sejam obtidos os expoentes de Lyapunov e o diagrama de bifurcação do sistema dinâmico. Com tais ferramentas é possível ter uma idéia de como o sistema irá se comportar para determinados valores de seus parâmetros.

A alteração no modelo de Brinson, levando em consideração uma condição isotérmica, atendeu ao desejado, produzindo laços de histerese sob condições dinâmicas de carregamento. Além do fato que, a dissipação de energia mecânica está diretamente ligada a formação do laço de histerese e por consequência o controle passivo da vibração mecânica, a existência de uma não linearidade não diferenciável tipo histerese era desejável para verificar a capacidade do sistema de controle proposto em lidar com tal não linearidade.

O uso de LMFs e CLMFs em estruturas promovem um controle passivo da vibração mecânica. Foi verificado, via simulação numérica, que ao atingir o limiar de tensão que induz a transformação de fase de austenita-martensita, o crescimento da amplitude da vibração é impedido, mesmo em condições de ressonância. No entanto, se mantida a força de excitação externa, é necessário ter um controle ativo de vibrações na estrutura para suprimir a oscilação ou leva-la para valores toleráveis.

A rede de Função Base Radial conseguiu estimar a dinâmica que foi negligenciada na formulação da lei de controle e juntamente com o Controle por Modos Deslizantes, o controlador resultante conseguiu lidar de modo satisfatório com não linearidades tipo histerese, zona morta assimétrica e saturação.

Foi demonstrado, com o uso da teoria de estabilidade de Lyapunov e o lema de Barbalat,

a estabilidade do controlador proposto para uma não linearidade tipo Zona Morta assimétrica. E com as simulações numéricas apresentadas, foi verificado que mesmo diante de outras não linearidades o controlador se mantém robusto e estável.

Tomando como parâmetro determinante o sinal do erro de rastreamento, o Controle por Modos Deslizantes Inteligente foi mais eficiente no controle dos casos A e B, que o controle por Modos Deslizantes clássico. A diferença entre as amplitudes do sinal do erro de rastreamento usando as duas técnicas de controle, para o caso A é pequena. No entanto, ao adicionar uma zona morta na entrada da planta e flutuações nos parâmetros do sistema, a capacidade de controle do CMDI é maior que o do CMD. Como o caso B é mais próximo da realidade, isso ressalta a importância em adotar o CMDI como técnica de controle.

Para o caso C, o objetivo foi verificar a eficácia da técnicas de controle diante de respostas caóticas. Assim como nos casos A e B, o Controle por Modos Deslizantes Inteligente mostrou-se mais eficiente no controle de respostas caóticas do que o Controle por Modos Deslizantes clássico. Novamente o parâmetro determinante adotado foi o sinal de erro de rastreamento, que foi próximo a zero.

O uso de um material como LMF ou CLMF somado ao uso de um atuador externo controlado pela técnica de Controle por Modos Deslizantes Inteligente (CMDI) produz um controle Passivo/Ativo eficaz no controle de vibração em estruturas, apresentando robustez e adaptação frente à condições diversas.

Como sugestão para eventuais trabalhos posteriores, recomenda-se realizar experimentos verificando a efetividade da técnica de controle proposta. Também é recomendado usar esta técnica de controle na atuação de LMFs por temperatura, além de adicionar um reforço de aprendizado e experimentar outras técnicas de Inteligência Artificial.

# Lista de Figuras

1	Monocórdio. Fonte: (Rao, 2011).	15
2	Sismógrafo Chinês. Fonte: <a href="https://meiobit.com/arquivo/ciencia-new/">https://meiobit.com/arquivo/ciencia-new/</a>	16
3	Vibração Livre com amortecimento(a) e sem amortecimento (b).	17
4	Sistema de um grau de liberdade com forçamento externo e amortecimento.	18
5	Excitação periódica (a) e Excitação aleatória (b). Fonte: Adaptado de (Rao, 2011).	18
6	Modelagem de uma asa a partir do lançamento do míssil. Fonte: Adaptado de (Inman, 2014).	19
7	Osciladores com um GDL. Adaptado de: (Blevins, 1990)(a) e (Rao, 2011) (b) e (c).	19
8	Resposta de um sistema massa-mola em condições de ressonância. Fonte: Adaptado de (Inman, 2014).	19
9	Colapso da ponte Tacoma Narrows. Fonte: <a href="http://www.lib.washington.edu/">http://www.lib.washington.edu/</a>	20
10	Fontes de excitação. Fonte: Adaptado de (Naudascher and Rockwell, 2005).	21
11	Vórtices de Von Karman. Fonte: (Seyyed, 2014).	21
12	Medidas do coeficiente de sustentação em cilindro estacionário sob efeito de VIVs. Fonte: (Blevins, 1990).	22
13	Curva $\sigma$ vs. $\epsilon$ experimental e prevista com o modelo polinomial. Fonte: Adaptado de (Bessa et al., 2013).	24
14	Curvas $\sigma$ vs. $\epsilon$ para modelos com cinética de transformação de fase assumida. Fonte: (Paiva and Savi, 2006).	24
15	Vista total da Smart Wing. Fonte: (Sanders et al., 2004).	25
16	Vista cortada da Smart Wing mostrando o tubo de SMA. Fonte: (Sanders et al., 2004).	25
17	Geometria variável chevron em um Boeing. Fonte: (Mabe et al., 2006).	25
18	Análise com elementos finitos. Fonte: (Hartl and Lagoudas, 2007).	26
19	Protótipo do aerofólio com atuadores de LMF. Fonte: (Strelec et al., 2003).	26
20	Morphing de asa no túnel de vento. Fonte: (Bil et al., 2013).	26
21	Aplicação ortodôntica do LMF. Fonte: (Lagoudas, 2008).	27
22	Dispositivos cardiovasculares: filtro Simon (a) e Stent (b). Fonte: (Lagoudas, 2008).	27
23	Aplicações ortopédicas do LMF. Fonte: (Lagoudas, 2008).	27
24	Armação de óculos de LMF. Fonte: (Lagoudas, 2008).	28
25	Fração de Martensita (MF) em função da temperatura (T).	28
26	Transformação de fase devido à variação da temperatura. Fonte: (Paiva et al., 2003).	29
27	Comportamento pseudoelástico típico de uma LMF. Fonte: Adaptado de (Lagoudas, 2008).	29
28	Tensão x Deformação x Temperatura, para o efeito memória de forma de um típico LMF. Fonte: Adaptado de (Lagoudas, 2008).	30
29	Curvas tensão deformação para o modelo polinomial. Fonte: (Paiva et al., 2003).	31
30	Curva Tensão-Deformação experimental e prevista com o modelo polinomial. Fonte: Adaptado de (Bessa et al., 2013).	31
31	Classificação para compósitos. Fonte: (Callister, 2014).	34

32	Representação esquemática de compósitos reforçados com fibra. Fonte: (Callister, 2014). . . . .	35
33	Compósito com LMF e matriz polimérica(a,b), cerâmica (c) e metálica (d). Fonte: Adaptado de (Lester et al., 2015). . . . .	36
34	Pêndulo simples . . . . .	39
35	Espaço de Fase de um Pêndulo simples . . . . .	40
36	Bifurcação Sela-Nó. Fonte: (Strogatz, 1994). . . . .	41
37	Bifurcação Transcrítica (a) e Pitchfork (b). Fonte: (Medio and Lines, 2003). . .	41
38	Histerese. Fonte: (Medio and Lines, 2003). . . . .	42
39	Sequência de bifurcações (Flip). Fonte: (Medio and Lines, 2003). . . . .	42
40	Diagrama de Bifurcação do Mapa Logístico de May. . . . .	43
41	Diagrama de bifurcação de um oscilador com CHLMF. Fonte: (Vignoli et al., 2017). . . . .	43
42	Expoente de Lyapunov. Fonte: (Savi, 2006). . . . .	44
43	Convergência do maior expoente de Lyapunov. Fonte: Adaptado de (Wolf, 1985). .	45
44	Espectro de Lyapunov. Fonte: Adaptado de (Vignoli et al., 2017). . . . .	46
45	Evolução do erro no espaço de fase de um sistema de 2ª ordem. Fonte: (Bessa, 2005). . . . .	48
46	Chattering como resultado das trocas de controle. Fonte: Autor. . . . .	49
47	Camada limite. Fonte: Adaptado de (Slotine and Li, 1991). . . . .	49
48	Função de saturação. Fonte: (Bessa, 2005). . . . .	49
49	Topologia para um controlador inteligente. Fonte: Adaptado de (Bessa et al., 2018). . . . .	51
50	Sinergia de técnicas de inteligência artificial usadas em controle inteligente. Fonte: adaptado de (Wilson et al., 2020). . . . .	51
51	Rede Neural Artificial. . . . .	52
52	Rede de Função Base Radial. . . . .	52
53	Curvas obtidas com a função gaussiana. . . . .	53
54	Etapas da pesquisa. . . . .	54
55	Modelo do oscilador. . . . .	55
56	Diagrama de blocos. . . . .	56
57	Representação da energia dissipada 'Ed' e da energia de deformação recuperada 'Er'. Fonte: Adaptado de (Dayananda, 2008). . . . .	62
58	Curva Tensão-Deformação genérica para um oscilador com LMF. . . . .	62
59	Diagrama de blocos. . . . .	63
60	Não-linearidade tipo zona-morta. . . . .	65
61	Tensão <i>vs.</i> deformação para o CMF com matriz Epóxi para $T = 50.0[^\circ C]$ (a) e $T = 27.0[^\circ C]$ e $4.0[^\circ C]$ (b) com o modelo de Falk. . . . .	73
62	Tensão <i>Vs.</i> deformação para o CLMF com matriz Alumínio 6061 para $T =$ $50.0[^\circ C]$ (a) e $T = 27.0[^\circ C]$ e $4.0[^\circ C]$ (b). . . . .	73
63	Efeito Pseudoelastico à $60[^\circ C]$ (a). EMF e Pseudoelasticidade a $40[^\circ C]$ e EMF a $20[^\circ C]$ (c). . . . .	74
64	Fração Martensítica <i>vs.</i> Tensão ( $\beta_{T0} = 1.0, \beta_{S0} = 0.0, T = 5.0[^\circ C]$ )(a), Fração martensita <i>vs.</i> Temperatura ( $\beta_{S0} = 0.02/\epsilon_L, \beta_{T0} = 0.5$ )(b). . . . .	75
65	E <i>vs.</i> Temperatura para o CLMF com matriz epóxi (a) e Alumínio 6061 (b) . .	75
66	Wn <i>vs.</i> T para CLMF com matriz epóxi (a) e com matriz metálica (b). . . . .	76
67	E <i>vs.</i> Tensão (a), Wn <i>vs.</i> Tensão (b) para CLMF com matriz epóxi à $60[^\circ C]$ . .	76
68	E <i>vs.</i> Tensão (a) e Wn <i>Vs.</i> Tensão (b) para CLMF com matriz Alumínio 6061 à $60[^\circ C]$ . . . . .	77
69	Tensão <i>vs.</i> deformação <i>vs.</i> $V_f$ para SMAHC com matriz epóxi à $60[^\circ C]$ . . . . .	77



70	Tensão <i>vs.</i> deformação <i>vs.</i> $V_f$ para SMAHC com matriz de Alumínio 6061 à $60[^\circ C]$ . . . . .	78
71	Espectro de Lyapunov com $T = 25.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.15$ . . . . .	79
72	Diagrama de Bifurcação $T = 25.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.15$ . . . . .	79
73	Retrato de estado para $T = 25.0[^\circ C]$ , $V_f = 0.15$ e $U=20.0$ [m/s] (a), $U=37.0$ [m/s] (b) . . . . .	80
74	$Y$ <i>vs.</i> Tempo ( $T = 25.0[^\circ C]$ , $V_f = 0.15$ ). . . . .	80
75	Espectro de Lyapunov (a), Diagrama de Bifurcação (b) e Retrato de Estados (c) para $T = 25.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.50$ . . . . .	81
76	Espectro de Lyapunov (a), Diagrama de Bifurcação (b) e Retrato de Estados (c) para $T = 25.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.78$ . . . . .	81
77	$Y_1$ <i>vs.</i> Tempo para $U=20.0$ [m/s] (a) e $U=60.0$ [m/s] (b) . . . . .	82
78	Espectro de Lyapunov (a), diagrama de bifurcação (b) e retrato de estados para $T = 45.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.15$ . . . . .	82
79	Espectro de Lyapunov (a), diagrama de bifurcação (b) e retrato de estados para $T = 45.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.50$ . . . . .	83
80	Espectro de Lyapunov (a) e diagrama de bifurcação (b) para $T = 10.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.15$ . . . . .	83
81	Espectro de Lyapunov (a) e diagrama de bifurcação (b) para $T = 10.0[^\circ C]$ e $V_f = 0.50$ . . . . .	84
82	Amplitude de vibração(a) e Curva Tensão-Deformação(b) para $T = 50.0[^\circ C]$ . . . . .	84
83	Amplitude de vibração(a) e Curva Tensão-Deformação(b) para $T = 70.0[^\circ C]$ . . . . .	85
84	Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b). . . . .	85
85	Erro de rastreamento (a) e Espaço de estado do erro (b). . . . .	86
86	Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b). . . . .	86
87	Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b). . . . .	87
88	Comparação entre os erros de trajetória (a) e Espaço de fase do erro (b). . . . .	87
89	Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) usando o CMD. . . . .	88
90	Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b) usando o CMD. . . . .	88
91	Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) usando o CMDI. . . . .	89
92	Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b) usando o CMDI. . . . .	89
93	Comparando os erros de rastreamento(a) e retrato de estados(b) em regime permanente. . . . .	89
94	Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) para $V_f = 0.15$ , $U=37.0$ [m/s] e $T = 25[^\circ C]$ , com o CMD. . . . .	90
95	Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b)para $V_f = 0.15$ , $U=37.0$ [m/s] e $T = 25[^\circ C]$ , com o CMD. . . . .	90
96	Amplitude de vibração(a) e Ação de controle(b) para $V_f = 0.15$ , $U=37.0$ [m/s] e $T = 25[^\circ C]$ , com o CMDI. . . . .	90
97	Erro de rastreamento (a) e Espaço de fase do erro (b)para $V_f = 0.15$ , $U=37.0$ [m/s] e $T = 25[^\circ C]$ , com o CMDI. . . . .	91
98	Erro de rastreamento (a) e Espaço de Estado do erro (b)para $V_f = 0.15$ , $U=37.0$ [m/s] e $T = 25[^\circ C]$ , com o CMD e com o CMDI. . . . .	91

# Lista de Tabelas

- 1 Módulos de elasticidade para o Epóxi e o Alumínio. Fonte: (Callister, 2014). . . . 72
- 2 Propriedades do material para a liga de Nitinol. Fonte: (Brinson, 1993) . . . . 74

# Lista de Abreviaturas

VIE	Vibração Induzida por Escoamento
CMD	Controle por Modos Deslizantes
CMDI	Controle por Modos Deslizantes Inteligente
LMF	Ligas com Memória de Forma
CLMF	Compósito com Ligas com Memória de Forma
CHLMF	Compósito Híbrido com Ligas com Memória de Forma
GDL	Grau de Liberdade
FBR	Rede de Função Base Radial
NiTi	Níquel-Titânio

# Lista de Símbolos

$E_A$	Módulo de Young da fase austenita
$E_M$	Módulo de Young da fase martensita
$A_S$	Temperatura <i>Austenita Start</i>
$A_f$	Temperatura <i>Austenita Finish</i>
$M_S$	Temperatura <i>Martensita Start</i>
$M_f$	Temperatura <i>Martensita Finish</i>
$C_M, C_A$	Constantes do material que traçam uma relação entre a temperatura e a tensão crítica que
$\epsilon_L$	Tensão residual máxima
$\Omega$	Tensor de transformação
$\theta$	Tensor termo elástico
$\beta$	Fração martensítica
$\beta_S$	Fração de martensita devido à tensão (Stress)
$\beta_T$	Fração de martensita devido à temperatura
$\zeta$	Fator de amortecimento
$c$	Contante de amortecimento
$c_c$	Constante de amortecimento crítico
$c_{eq}$	Constante de amortecimento equivalente
$M_T$	Massa total
$\omega_n$	Frequência natural do sistema
$\omega_R$	Frequência de referência
$\omega_S$	Frequência de excitação externa
$r$	Razão entre frequências
$u_C$	Variável controlada, ação de controle
$F(t)$	Força de excitação externa
$F_R$	Força de restituição
$F_D$	Força dissipativa
$F_0$	Magnitude da força de excitação externa
$\tau$	Tempo adimensional
$\sigma_{Mat}$	Tensão na matriz
$V_f$	Fração volumétrica de fibra no compósito
$A_C$	Área da seção transversal do compósito
$\epsilon_C$	Deformação no compósito
$\epsilon_f$	Deformação na fibra
$\epsilon_{Mat}$	Deformação na matriz
$\rho$	Densidade do fluido
$U$	Velocidade do escoamento
$\bar{U}$	Velocidade média do escoamento
$U'$	Flutuação de velocidade no escoamento
$C_L$	Coefficiente de sustentação
$D$	Diâmetro do corpo
$d$	Diâmetro da barra
$St$	Numero de Strouhal
$\phi$	Espessura da camada limite próximo à superfície de deslizamento

# Referências Bibliográficas

- Anderson, P. and Sangesland, A. S. (1999). Detailed study of shape memory alloys in oil well applications. *Sintef petroleum research*.
- Antsaklis, P. (1993). Defining intelligent control. report to the task force on intelligent control. *IEEE Control Systems Society*.
- Ashby, M. and Bréchet, Y. (2003). Designing hybrid materials. *Acta Mater* 53, page 5801–5821.
- Auricchio, F. and Lubliner, J. (1997). A uniaxial model for shape memory alloys. *International Journal of Solids and Structures*, page 3601–3618.
- Auricchio, F. and Sacco, E. (1997). A one-dimensional model for superelastic shape memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 32(6):1101–1114.
- Baeta-Neves, A. P., Savi, M. A., and Pacheco, P. M. C. L. (2004). On the fremond’s constitutive model for shape memory alloys. *Mechanics Research Communications*, page 677–688.
- Barrett, R. and Gross, R. (1996). Super-active shape-memory alloy composites. *Smart Mater. Struct.*, 5:255–260.
- Baz, A. and Ro, J. (1994). Optimal vibration control of nitinol-reinforced composites. *Compos. Eng.*, 4:567–576.
- Bearman, P. (2011). Circular cylinder wakes and vortex-induced vibration. *Journal of Fluid and Structures*.
- Benefan, O., Brown, J., Calkins, F. T., Kumar, P., Stebner, A. P., Turner, T. L., Vaidyanathan, R., Webster, J., and Young, M. L. (2014). Shape memory alloy actuator design: Casmart collaborative best practices and case studies. *Int. J. Mech. Mater. Des.*, 10:1–42.
- Bessa, W. M. (2005). *Controle por Modos Deslizantes de Sistemas Dinâmicos com Zona Morta Aplicada ao posicionamento de ROVS*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE.
- Bessa, W. M., Brinkmann, G., Duecker, D. A., Kreuzer, E., and Solowjow, E. (2018). A biologically inspired framework for the intelligent control of mechatronic systems and its application to a micro diving agent. *Mathematical Problems in Engineering*.
- Bessa, W. M., Paula, A. S., and Savi, M. A. (2013). Adaptive fuzzy sliding mode control of smart structures. *The European Physical Journal Special Topics*, 222(1):1541–1551.
- Bil, C., Massey, K., and Abdullah, E. J. (2013). Wing morphing control with shape memory alloy actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 24(7):879–898.
- Blevins, R. D. (1990). *Flow-Induced Vibration*. Van Nostrand Reinhold, New York, 2 edition.
- Boyd, J. G. and Lagoudas, D. C. (1996). A thermodynamic constitutive model for the shape memory materials. part i: the monolithic shape memory alloys. *International Journal of Plasticity*, 12(6):805–842.

- Brinson, L. C. (1993). One dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermo-mechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 4(3):229–242.
- Buehler, W. J., Gilfrich, J. V., and Wiley, R. C. (1963). Effects of low-temperature phase changes on the mechanical properties of alloys near composition  $\text{TiNi}$ . *Appl. Phys.*, 34:1475.
- Callister, W. D. (2014). *Fundamentos da ciência e engenharia de materiais/ uma abordagem integrada*. LTC, Rio de Janeiro, 4 edition.
- Casciati, F., Faravelli, L., and Fuggini, C. (2008). Cable vibration mitigation by added sma wires. *Acta Mech.*, 195:141–155.
- Chapra, S. C. and Canale, R. P. (2016). *Métodos numéricos para engenharia*. Number 846 p. AMGH, Porto Alegre, RS, 7 edition. ISBN 9788580555684.
- Chaudhury, Z. and Rogers, C. A. (1992). Response of composite beams to an internal actuator force. *J. Mech. Des.*, 114:343–348.
- Damanpack, A. R., Bodaghi, M. M., and Shakeri, M. A. (2014). On the vibration control capability of shape memory alloy composite beams. *Composite Structures*, 110:325–334.
- Dayananda, G. N. (2008). *NiTi Super Elastic Shape Memory Alloys for Energy Dissipation in Smart Systems for Aerospace Applications*. PhD thesis, Mangalore University, Bangalore, India.
- Dolce, M. and Cardone, D. (2011). Mechanical behavior of shape memory alloys for seismic applications 2. austenite  $\text{NiTi}$  wires subjected to tension. *International Journal of Mechanical Sciences*.
- Dong, J., Cai, C., and Okeil, A. (2011). Overview of potential and existing applications of shape memory alloys in bridges. *J. Bridge Eng.* 16, pages 305–315.
- Duerig, T., Pelton, A., and Stöckel, D. (1997). Superelastic nitinol for medical devices. *Medical Plastics and Biomaterials*, pages 31–42.
- Duerig, T., Pelton, A., and Stöckel, D. (1999). An overview of nitinol medical applications. *Mater. Sci. Eng. A*.
- Falk, F. (1980). Model free-energy, mechanics and thermodynamics of shape memory alloys. *Acta Metallurgica*, 28:1773–1780.
- Falk, F. (1983). One-dimensional model of shape memory alloys. *Arch. Mech.*, 35:63–84.
- Falk, F. and Konopka, P. (1990). Three-dimensional landau theory describing the martensitic transformation of shape memory alloys. *Journal de Physique*, 49(2):61–77.
- Fox, R. W. and McDonald, A. T. (2001). *Introdução a Mecânica dos Fluidos*. LTC, Rio de Janeiro, 5 edition.
- Fremond, M. (1987). Matériaux à mémoire de forme. *CR Acad. Sci. Paris*, 304(7):239–244.
- Fremond, M. (1996). Shape memory alloy: A thermomechanical macroscopic theory. *CISM Courses and Lectures*, (351):3–68.

- Ganilova, O. A. and Cartmell, M. P. (2010). An analytical model for the vibration of a composite plate containing an embedded periodic shape memory alloy structure. *Composite Structures*, 92:39–47.
- Govindjee, S. and Kasper, E. P. (1997). A shape memory alloy model for uranium-niobium accounting for plasticity. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 8:815–826.
- Guzmán, S. Q., Kannan, S., González, A. A., Mendez, M. A. O., and Voos, H. (2019). Operational space control of a lightweight robotic arm actuated by shape memory alloy wires: A comparative study. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 30(9):1368–1384.
- Hartl, D. and Lagoudas, D. (2007). Aerospace applications of shape memory alloys. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G J. Aerosp. Eng.* 221, pages 535–552.
- Haykin, S. S. and Engel, P. M. (2001). *Redes neurais: princípios e práticas*. Number 9788573077186. Bookman, Porto Alegre, 2 edition.
- Huang, B., Lao, Y., Chen, J., and Song, Y. (2018). Dynamic response analysis of a frame structure with superelastic nitinol sma helical spring braces for vibration reduction. *Journal of Aerospace Engineering*.
- Inman, D. J. (2014). *Engineering Vibration*. Person, New Jersey, 4 edition.
- Khalili, S., Botshekanan Dehkordi, M., Carrera, E., and Shariyat, M. (2013). Non-linear dynamic analysis of a sandwich beam with pseudoelastic sma hybrid composite faces based on higher order finite element theory. *Composite Structures*, 96:243–255.
- Lagoudas, D. (2008). *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*. Springer, New York.
- Lagoudas, D. and Tadjbakhsh, I. (1992). Active flexible rods with embedded sma fibers. *Smart Mater. Struct.*, 1(2):162–167.
- Lagoudas, D. and Vandygriff, E. (2002). Processing and characterization of niti porous sma by elevated pressure sintering. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, pages 837–850.
- Le Blanc, L. (2001). Part i: 'smart metals' providing actuation, sealing, and completion functions downhole: Manufacturers secretive about planned uses. (materials science). *Offshore*, 61(12):58(4).
- Le Blanc, L. (2002). Part ii: 'smart metals' providing actuation, sealing, and connection functions downhole. *Offshore*, 62(1):54–56.
- Leclercq, S., Bourbon, G., and LExcellent, C. (1995). Plasticity like model of martensite phase transition in shape memory alloys. *Journal de Physique IV*, 5:513–518.
- Lester, B. T., Baxevanis, T., Chemisky, Y., and Lagoudas, D. C. (2015). Review and perspectives: shape memory alloy composite systems. *Acta Mech*, pages 3907–3960.
- Liang, C. and Rogers, C. A. (1990). One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1(3):207–234.

- Mabe, J. H., Calkins, F., and Butler, G. (2006). Boeing's variable geometry chevron, morphing aerostructure for jet noise reduction. In *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference.*, page 1–19, Newport, Rhode Island.
- Machado, L. and Savi, M. (2003). Medical applications of shape memory alloys. *Brazilian Journal of Medical and Biological Research*, 36:683–691.
- Machado, L. G. and Lagoudas, D. C. (2006). Nonlinear dynamics of a sma passive vibration damping device. *Smart Structures and Materials*.
- Machado, L. G., Savi, M. A., and Pacheco, P. M. C. (2003). Nonlinear dynamics and chaos in coupled shape memory oscillators. *International Journal of Solids and Structures* 40, page 5139–5156.
- Medio, A. and Lines, M. (2003). *Nonlinear Dynamics: A Primer*. Cambridge.
- Meirovitch, L. (2001). *Fundamentals of Vibrations*.
- Melton, K. R. (1999). *General applications of shape memory alloys and smart materials*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Mendonça, P. d. T. R. d. (2005). *Materiais compostos e estruturas-sanduiche: projeto e análise*. Manole, São Paulo. ISBN: 8520418821.
- Mirzakhani, F., Ayati, S., Fahimi, P., and Baghani, M. (2019). Online force control of a shape-memory-alloy-based 2 degree-of-freedom human finger via inverse model and proportional–integral–derivative compensator. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 30(10):1538–1548.
- Moussa, M. O., Moumni, Z., Doare, O., Touze, C., and Zaki, W. (2012). Non-linear dynamic thermomechanical behaviour of shape memory alloys. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures.*, 23(14):1593–1611.
- Naudascher, E. and Rockwell, D. (2005). *Flow Induced Vibrations: An engineering guide*. Dover Publications, Mineola, New York.
- Paiva, A. and Savi, M. A. (2006). An overview of constitutive models for shape memory alloys. *Mathematical Problems in Engineering*, 12(3):181–202.
- Paiva, A., Savi, M. A., and Pacheco, P. M. C. L. (2003). Modelos constitutivos para ligas com memória de forma. In *Anais do DINCON 2003*, volume 2 of *Série Arquimedes*, São José dos Campos, SP, Brasil. ISBN: 85-86883-15-8.
- Parker, T. S. and Chua, L. O. (1989). *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems*. Springer.
- Piccirillo, V. and Goes, L. C. S. (2011). Some remarks on bifurcation analysis of a nonlinear vibrating system excited by a shape memory alloy material (sma). *International Journal of Bifurcation and Chaos.*, 21(10):2975–2982.
- Rao, S. S. (2011). *Mechanical Vibrations*. Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 5 edition.
- Rogers, C. A. and Robertshaw, H. H. (1988). Development of a novel smart material. *Proceedings of the Winter Annual*.



- Sanders, B., Crowe, R., and Garcia, E. (2004). Defense advanced research projects agency – smart materials and structures demonstration program overview. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 15, pages 227–233.
- Savi, M. A. (2006). *Dinâmica Não-Linear e Caos*. E-Paper, Rio de Janeiro, 1 edition.
- Savi, M. A. (2015). Nonlinear dynamics and chaos in shape memory alloy systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*.
- Savi, M. A. and Pacheco, P. M. C. L. (2002). Chaos and hyperchaos in shape memory systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos.*, 12:645–657.
- Savi, M. A., Paiva, A., Baeta-Neves, A. P., and Pacheco, P. M. C. L. (2002). Phenomenological modeling and numerical simulation of shape memory alloys: A thermo-plastic-phase transformation coupled model. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, pages 261–273.
- Savi, M. A., Paula, A. S. d., and Lagoudas, D. C. (2011). Numerical investigation of an adaptive vibration absorber using shape memory alloys. *Journal of Intelligent Material Systems And Structures*, 22.
- Scarselli, F. and Tsoi, A. C. (1998). Universal approximation using feedforward neural networks: A survey of some existing methods, and some new results. *Neural Networks*, page 15–37.
- Seyyed, M. H. (2014). Active vortex-induced vibration control of a circular cylinder at low reynolds numbers using an adaptive fuzzy sliding mode controller. *Journal of Fluids and Structures*.
- Simo, J. C. and Taylor, R. L. (1986). A return mapping algorithm for plane stress elastoplasticity. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 22:649–670.
- Simpson, J. and Boller, C. (2008). Design and performance of a shape memory alloy-reinforced composite aerodynamic profile. *Smart Mater. Struct.*, 17.
- Slotine, J.-J. E. and Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, New Jersey.
- Strelec, J. K., Lagoudas, D. C., Khan, M. A., and Yen, J. (2003). Design and implementation of a shape memory alloy actuated reconfigurable airfoil. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 14(4-5):257–273.
- Strogatz, S. H. (1994). *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Perseus Books.
- Tanaka, K. (1985). A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior. *Materials Science Research International*.
- Tanaka, K. and Nagaki, S. (1982). Thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions. *Ingenieur—Archive* 51, pages 287–299.
- Thompson, J. and Stewart, H. (1986). *Nonlinear Dynamics and Chaos*. John Wiley Sons.
- Turner, T. L., Buehrle, R., Cano, R., and Fleming, G. (2006). Modeling, fabrication, and testing of a sma hybrid composite jet engine chevron concept. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 17:483–497.


- Vignoli, L. L., Rodrigues, F. F. N., Savi, M. A., and Bessa, W. M. (2017). Nonlinear dynamics and chaos of an sma-hybrid composite oscillator. In *International Congress of Mechanical Engineering*, number 24, Curitiba/Brazil. ABCM.
- Vignoli, L. L., Savi, M. A., and El-Borgi, S. (2020). Nonlinear dynamics of earthquake-resistant structures using shape memory alloy composites. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 31(5):771–787.
- Wiggins, S. (2003). *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer, 2 edition.
- Williamson, C. and Govardhan, R. (2004). Vortex-induced vibrations. *Annu. Rev. Fluid Mech.*
- Wilson, C., Marchetti, F., Di Carlo, M., Riccardi, A., and Minisci, E. (2020). Classifying intelligence in machines: A taxonomy of intelligent control. *Robotics*.
- Wolf, A. (1985). Determining lyapunov exponents. *Physica 16D*, pages 285–317.
- Yamada, Y., Taya, M., and Watanabe, R. (1993). Strengthening of metal matrix composite by shape memory effect. *Mater. Trans. JIM*, 34(3):5083–5091.
- Zhang, R.-X., Ni, Q.-Q., Masuda, A., Yamamura, T., and Iwamoto, M. (2006). Vibration characteristics of laminated composite plates with embedded shape memory alloys. *Composite Structures*, 74(3):389–398.
- Zhang, Z. and Sheng, P. (2016). Research on stability and nonlinear vibration of shape memory alloy hybrid laminated composite panel under aerodynamic and thermal loads. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, pages 1–11.

# Índice Remissivo

- Caos, 14, 38, 40, 44, 54, 79  
Compósitos, 11, 12, 14, 34–38, 54, 74, 75  
Controle Ativo, 61, 63, 84, 92, 93  
Controle Híbrido, 61  
Controle Inteligente, 15, 47, 50, 51, 85  
Controle Não Linear, 12, 15, 46  
Controle Passivo, 11, 12, 61, 63, 93  
Controle por Modos Deslizantes, vii, 12, 13, 47, 55, 67, 70, 85, 92  
Controle Robusto, 13, 47
- Diagrama de Bifurcação, 12  
Diagrama de Bifurcação , 36, 42, 44, 45, 54, 78–82, 92  
Dinâmica Não Linear, 53
- Espectro de Lyapunov, 12, 37, 45, 78–81  
Estrutura inteligente, 55  
Expoente de Lyapunov, 36, 44, 45, 54
- Função Base Radial, 13, 52, 55, 63, 67, 92
- Histerese, vii, 13, 14, 28, 29, 41, 46, 52, 57, 59, 61–63, 72, 73, 75–78, 82, 84, 92
- Lema de Barbalat, 13, 57, 66, 69, 92  
Ligas com memória de forma, vii, 11–15, 22, 23, 31, 35, 36, 38, 53, 55
- Modelo de Brinson, vii, 13, 14, 31, 38, 57, 60, 61, 71, 92  
Modelo de Falk, vii, 30, 59, 71
- Pseudoelasticidade, 12, 25, 74
- Redes Neurais Artificiais, 13, 51  
Retrato de estados, vii, 12, 54, 78, 80
- Teoria de estabilidade de Lyapunov, viii, 13, 57, 66, 92
- Vibrações Mecânicas, vii, 11, 14, 15, 53, 61, 72, 92
- Zona morta assimétrica, viii, 13, 57, 70, 92, 93

## Sobre o autor



  **Felipe Rodrigues de Freitas Neto.** Graduado em Engenharia Mecânica (2012) na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Mestre em Engenharia Mecânica (2015) pela UFRN, Licenciado em Formação Docente para a Educação Básica – Matemática (2019) na Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) e Doutor em Engenharia Mecânica (2020) pela UFRN. Foi professor temporário de Engenharia Mecânica na UFRN (2013-2014) e professor temporário de Engenharia Mecânica na Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA). Desde dezembro de dois mil e dezesseis é professor do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS), onde atua no curso técnico em Eletromecânica e no bacharelado em Engenharia Mecânica. Contatos: [felipe.neto@farroupilha.ifrs.edu.br](mailto:felipe.neto@farroupilha.ifrs.edu.br), [eng.mec.feliperodrigues@gmail.com](mailto:eng.mec.feliperodrigues@gmail.com).

Este e-book é o resultado de anos de pesquisa no estudo da modelagem, controle e simulação de osciladores inteligentes sujeitos a vibrações mecânicas.

Problemas envolvendo vibrações mecânicas são comuns em praticamente todos os ramos da indústria, seja ela indústria Metalmeccânica, Civil, Naval, Aeroespacial ou de Energia.. Para tentar suprimir ou controlar essas vibrações foram desenvolvidos vários métodos e técnicas ao longo das últimas décadas e inúmeras pesquisas ainda são realizadas nesta área, buscando sempre uma maior eficácia das técnicas utilizadas e o desenvolvimento de novas. O uso de materiais ou estruturas inteligentes é uma

técnica recorrente nos dias contemporâneos para amenizar problemas de vibrações.



**Pantanal Editora**

**Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000**

**Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil**

**Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp)**

**<https://www.editorapantanal.com.br>**

**[contato@editorapantanal.com.br](mailto:contato@editorapantanal.com.br)**

